PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1918. Redaktionsschluß für No. 12 am 15. Mai 1918. 19. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

A. Korn, Mechanische Theorien des elektromagnetischen Feldes. VII. S. 201.

H. Thirring, Über die formale Analogie zwischen den elektromagnetischen Grundgleichungen und den Einsteinschen Gravitationsgleichungen erster Näherung. S. 204.

M. Wolfke, Weitere Versuche über eine durchdringende Sekundärstrahlung der Kanalstrahlen. S. 205.

O. Hahn u. L. Meitner, Die Muttersubstanz des Actiniums, ein neues radioaktives Element von langer Lebensdauer. S. 208.

E. Schrödinger, Notiz über die Ordnung in Zufallsreihen. S. 218.

Vorlesungsverzeichnis f. das Sommersemester 1918. S. 220.

Personalien. S. 224.

Angebote. S. 224.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Mechanische Theorien des elektromagnetischen Feldes.

Von A. Korn.

VII.

Die Grundlagen der Theorie der universellen Schwingungen.

In dem unendlichen Äther, den wir für die erste Grundlegung als inkompressibel ansehen, wenn es sich um Schwingungen von außerordentlich kleiner Schwingungsdauer handelt, sollen schwach kompressible Teilchen angenommen werden, also Massensysteme, welche der Berücksichtigung unterliegende, sehr geringe Dichteänderungen erleiden können.

Die Grundidee der Theorie der universellen Schwingungen beruht auf der Erkenntnis, daß jedes kompressible System einer (im allgemeinen unendlichen) Reihe von Eigenschwingungen fähig ist; der unendliche Äther, zusammen mit den eingelagerten schwach kompressiblen Teilchen, ist ein kompressibles System, und die Eigenschwingungen dieses Systems wollen wir als „universelle Schwingungen" bezeichnen, unter Beschränkung auf solche Schwingungen, die von Wirbeln frei sind.

Die schwach kompressiblen Teilchen, welche wir in der Theorie der universellen Schwingungen auch als ponderable Teilchen bezeichnen wollen, sollen im Gegensatze zu den elektrischen Teilchen dem gewöhnlichen (d'Alembertschen) mechanischen Grundgesetze folgen, während bei den elektrischen Teilchen die Korrektur der Individualität hinzuzufügen ist (vgl. Abh. I[1]).

Der Äther muß unzweifelhaft derselbe sein in der Theorie der universellen Schwingungen, wie in der Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen; man bemerkt aber auch leicht, daß die Korrektur der Individualität die Bewegungsform eines wirbellosen, inkompressiblen Mediums nicht verändern kann.

Die Theorie der universellen Schwingungen wird daher überhaupt nicht durch die Korrektur der Individualität beeinflußt werden und ist so aufzustellen, als ob das gewöhnliche (d'Alembertsche) mechanische Grundprinzip sowohl für den Äther, als auch für die schwach kompressiblen Teilchen strenge Geltung hätte.

Aus diesem Grunde bleiben meine früheren Grundlagen der Theorie der universellen Schwingungen formal unverändert[1]).

Für den Äther gelten die gewöhnlichen hydrodynamischen Gleichungen:

$$\mu \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \ldots, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \quad \mu = \text{const.}; \qquad (2)$$

für die Räume der schwach kompressiblen Teilchen in erster Annäherung[2]):

$$\mu \frac{du}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x}, \ldots, \qquad (3)$$

1) Diese Zeitschr. **18**, 325, 1917.

1) Man vgl. im besonderen: A. Korn, Eine mechanische Theorie der Reibung in kontinuierlichen Massensystemen. (Ferd. Dümmlers Verlag, Berlin 1901.) Le problème mathématique des vibrations universelles. Comm. Soc. Math. Charkoff 1903. Les vibrations universelles de la matière. Ann. Ec. Norm. (3) **25**, 529, 1908.

2) Die Bewegungsgleichungen können aus dem mechanischen Grundprinzip auch für die schwach kompressiblen Teilchen ohne weitere Annahme abgeleitet werden, als daß in erster Annäherung Inkompressibilität besteht und daß die Elementarteilchen, welche die schwach kompressiblen Medien zusammensetzen, ungeordnete molekulare Geschwindigkeiten haben, gegen deren absolute Mittelwerte die translatorischen Geschwindigkeiten u, v, w klein sind. Wir brauchen also zur Ableitung weder die Annahme elastischer Stöße zwischen den Elementarteilchen, noch die Annahme bestimmter molekularer Abstoßungskräfte, über die ja erst die Theorie der universellen Schwingungen Aufklärung verschaffen soll. Man vgl.: Eine mechanische Theorie der Reibung S. 97—116.

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\mu}{dt} &= -\mu\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}\right), \\ 3\mu\frac{dp}{dt} &= 5p\frac{d\mu}{dt}; \end{aligned}\right| \quad (4)$$

u, v, w, μ, p sollen überall, also auch bei dem Durchgange durch die Grenzen stetig sein und im Unendlichen verschwinden.

Im Falle der Wirbelfreiheit existiert eine mit ihren ersten Ableitungen überall stetige, im Unendlichen verschwindende Funktion

$$\varphi(x, y, z, t)$$

so, daß

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \ldots \quad (5)$$

und daß die Funktion φ im Äther der Gleichung:

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 0, \quad (6)$$

in den kompressiblen Teilchen der Gleichung:

$$\Delta\varphi = a^2\frac{d}{dt}\left[\frac{d\varphi}{dt}-\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}\right] \quad (7)$$

genügt, wo a^2 eine Konstante ist, welche um so kleiner sein wird, je weniger kompressibel die Teilchen sind[1]).

Der Druck p im Außenraume ist durch die Gleichung:

$$p = -\mu\left[\frac{d\varphi}{dt}-\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}\right] \quad (8)$$

bestimmt, und die translatorische Bewegung sehr kleiner kompressibler Teilchen im Äther wird so vor sich gehen, als ob auf dieselben Kräfte mit den Komponenten:

$$X = \int_\omega p\cos(\nu x)\,d\omega, \ldots \quad (9)$$

wirkten, wo die Integrale über alle Oberflächenelemente $d\omega$ (mit den inneren Normalen ν) der Oberfläche ω des betreffenden Teilchens zu erstrecken sind[2]).

Um das Problem der Eigenschwingungen zu lösen, haben wir den Ansatz

$$\varphi = \Phi\sin\frac{t}{T}2\pi \quad (10)$$

zu machen, wo Φ von der Zeit unabhängig oder jedenfalls so beschaffen ist, daß seine Ableitungen nach der Zeit nicht von der Ordnung $\frac{1}{T}$ groß sind, wobei von vornherein vorauszusehen ist, daß T eine sehr kleine Zeitdauer sein wird, sobald man die Dimensionen der schwach kompressiblen Teilchen sehr klein wählt.

Die Funktion Φ, das „Potential der betreffenden universellen Schwingung" ist somit eine im ganzen Raume mit ihren ersten Ableitungen eindeutige und stetige Funktion, welche im Unendlichen verschwindet, in der Flüssigkeit der Gleichung:

$$\Delta\Phi = 0 \quad (11)$$

und in den schwach kompressiblen Teilchen der Gleichung:

$$\Delta\Phi + k^2\Phi = 0 \quad (12)$$

genügt[1]), wenn wir

$$k^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}a^2 \quad (13)$$

setzen.

Das hierdurch gestellte Problem ist ein Analogon zu dem bekannten Problem, welches sich auf einen begrenzten Raum τ mit einer stetig gekrümmten Oberfläche ω bezieht:

$$\Delta\Phi + k^2\Phi = 0, \ in\ \tau,$$
$$\Phi = 0, \ an\ \omega.$$

In analoger Weise, wie für dieses letztere Problem[2]), läßt sich für das hier gestellte Problem beweisen[3]):

Es existieren abzählbar unendlich viele, positive Zahlen:

$$k_0^2 < k_1^2 < k_2^2 < \ldots < +\infty,$$

die voneinander verschieden sind und eine Ver-

1) Man vgl: Eine mechanische Theorie der Reibung S. 116—126.

2) Bezüglich der Stetigkeit der Funktion p bei dem Durchgange durch die Grenze könnte noch ein Zweifel bestehen; man bedenke, daß die Hinzufügung von Gliedern der Form

$$\Psi(\mu, u, v, w)\,\delta x_\nu$$

(Ψ irgendeine stetige Funktion seiner Argumente) in dem mechanischen Grundprinzip (Abh. I, S. 341—345, diese Zeitschr. 18, 1917) zu beiden Seiten der Grenzfläche wegen der Stetigkeit der Verrückungen keine Änderung in jenem hervorbringt, wenn für beide Medien die Individualitätskorrektur vorausgesetzt wird. In dem hier vorliegenden Falle könnte man noch durch eine neue Hypothese über Ψ verfügen; dies ist aber glücklicherweise für die Theorie der universellen Schwingungen nicht notwendig, da aus den Gleichungen (1) und (3) außen bzw. innen von selbst bis auf zu vernachlässigende Größen

$$p_a = p_i$$

folgt, wenn μ, u, v, w bei dem Durchgange durch die Fläche ω stetig bleiben sollen.

1) Unter Vernachlässigung von Größen, die von der Ordnung T Zeiteinheit klein sind.

2) Die Existenz der Grundschwingung für dieses Problem wurde zuerst bewiesen von H. A. Schwarz, man vgl. Ges. Abh. Berlin (Springer) 1890, S. 241ff. (in der Ebene), für die erste Oberschwingung von E. Picard, C. R. 117, 502, 1894, für die Gesamtheit der Schwingungen von H. Poincaré, Rendiconti, Palermo, t. 8, 1894, für einen von einer konvexen Fläche begrenzten Raum. Allgemein im Raume für einen von einer beliebigen stetig gekrümmten Fläche begrenzten Raum von A. Korn, Abh. zur Potentialtheorie IV, Berlin (Ferd. Dümmler) 1901; jetzt kann der Beweis mit Hilfe der Theorie der linearen Integralgleichungen auf mehrere verschiedene Arten geführt werden.

3) Bezüglich des Existenzbeweises für die universellen Funktionen Φ_i und die zugehörigen k_i^2 vgl. man A. Korn, Le problème mathématique des vibrations universelles. Comm. Soc. Math. Charkoff, 1903.

dichtungsstelle im Unendlichen haben, und zugehörige Funktionen:

$$\Phi_0, \Phi_1, \Phi_2, \ldots,$$

welche mit ihren ersten Ableitungen im ganzen Raume eindeutig und stetig sind und im Unendlichen verschwinden, mit den Eigenschaften:

$$\left.\begin{aligned} \triangle \Phi_i + k_i^2 \Phi_i &= 0 \text{; in den Teilchen} \\ \triangle \Phi_i &= 0, \text{ im Außenraume.} \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Die Funktionen Φ_i mögen die universellen Funktionen der ponderablen Massenverteilungen, die zugehörigen

$$T_i = \left|\frac{2\pi c}{k_i}\right| \quad (15)$$

die Schwingungsdauern der universellen Schwingungen

$$u_i = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \sin \frac{t}{T_i} 2\pi, \ldots \quad (16)$$

heißen.

Wir haben hier ein ganz bestimmtes mathematisches Problem vor uns, wenn wir z. B. die Oberflächen der schwach kompressiblen Teilchen in ihren Mittellagen als kleine Kugelflächen voraussetzen, bei gegebenen Lagen ihrer Zentren.

Vor allem wird die Bestimmung der Grundschwingung (Schwingung mit größtem T) interessieren, dann aber auch die ersten Oberschwingungen.

Nach Bestimmung der Schwingungsformen kann man bei Zugrundelegung einer bestimmten universellen Schwingung nach den scheinbaren Kräften fragen, welche durch die Schwingungen auf die einzelnen Teilchen ausgeübt werden, und man kann von vornherein bemerken, daß sich die Teilchen translatorisch sichtbar so bewegen werden, als ob auf jedes die Kräfte

$$X_i = \frac{1}{T_i} \int_t^{t+T_i} \int_\omega p \cos(\nu x)\, d\omega\, dt, \ldots \quad (17)$$

ausgeübt würden, wo die Integrale über alle Elemente $d\omega$ der Oberfläche ω des betreffenden Teilchens (mit den inneren Normalen ν) zu erstrecken sind.

Für diese Kräfte habe ich einige sehr bemerkenswerte Umformungen abgeleitet:

Erste Form:

Die scheinbaren, infolge einer universellen Schwingung auf eines der schwach kompressiblen Teilchen ausgeübten Kräfte sind formal durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} X_i &= \frac{\mu}{2} \int_\omega \left[\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial z}\right)^2 \right\} \cos(\nu x) \right] d\omega, \\ Y_i &= \frac{\mu}{2} \int_\omega \left[\frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial z}\right)^2 \right\} \cos(\nu y) \right] d\omega, \\ Z_i &= \frac{\mu}{2} \int_\omega \left[\frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial z}\right)^2 \right\} \cos(\nu z) \right] d\omega \end{aligned}\right\} \quad (18)$$

darstellbar, wo

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial \nu} = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \cos(\nu x) + \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \cos(\nu y) + \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \cos(\nu z) \quad (19)$$

zu setzen ist[1]).

Zweite Form:

Die scheinbaren, infolge einer universellen Schwingung auf eines der schwach kompressiblen Teilchen ausgeübten Kräfte sind formal durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} X_i &= -\frac{\mu k_i^2}{4} \int_\omega \Phi_i^2 \cos(\nu x)\, d\omega, \\ Y_i &= -\frac{\mu k_i^2}{4} \int_\omega \Phi_i^2 \cos(\nu y)\, d\omega, \\ Z_i &= -\frac{\mu k_i^2}{4} \int_\omega \Phi_i^2 \cos(\nu z)\, d\omega \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

darstellbar[2]).

Nun sind wir ausgerüstet, nicht bloß das Problem der universellen Schwingungen durch Bestimmung der Potentiale Φ_i zu lösen, sondern auch die scheinbaren Kräfte zu bestimmen, welche auf die einzelnen schwach kompressiblen Teilchen ausgeübt werden.

Die Grundschwingung, mit der wir uns in der folgenden Abhandlung beschäftigen werden, führt zur mechanischen Theorie der Gravitation.

1) Eine mechanische Theorie der Reibung, S. 130—136.
2) Ebenda S. 138—139.

(Eingegangen 4. März 1918.)

Über die formale Analogie zwischen den elektromagnetischen Grundgleichungen und den Einsteinschen Gravitationsgleichungen erster Näherung.

Von Hans Thirring.

Im folgenden sollen einige formale Entwicklungen etwas näher ausgeführt werden, die in einer vorangegangenen Arbeit[1]) bloß in einer Fußnote Platz gefunden hatten. Es handelt sich um die Analogie zwischen den Maxwell-Lorentzschen Gleichungen einerseits und jenen Gleichungen andererseits, welche die Punktbewegung in einem schwachen Gravitationsfelde in erster Näherung bestimmen. Einstein hat selbst schon auf diese Analogie gelegentlich seiner Rede auf dem Wiener Naturforschertag 1913 hingewiesen[2]); da aber seither seine Feldgleichungen eine ganz wesentliche Modifikation erfahren haben, scheint es nicht unangebracht zu sein, die betreffenden Formeln für die endgültige Fassung der Theorie zu entwickeln.

Vorweg sei bemerkt, daß wir im folgenden stets ein Maßsystem verwenden, in dem die Lichtgeschwindigkeit gleich 1 wird, und daß wir als Koordinaten

$$x_1 = x, \quad x_2 = y, \quad x_3 = z, \quad x_4 = it$$

wählen.

Wir betrachten nun einen ganz speziellen Fall von Punktbewegung in einem quasistationären Gravitationsfelde. Ein Massenpunkt bewege sich in dem Felde so langsam, daß die Quadrate und Produkte seiner Geschwindigkeitskomponenten gegen 1 zu vernachlässigen sind. Das Gravitationsfeld selbst sei ein schwaches (so daß die Abweichungen der $g_{\mu\nu}$ von den klassischen Werten — 1 bzw. 0 als kleine Größen erster Ordnung betrachtet werden können) und sei erzeugt durch inkohärente (spannungsfreie) bewegte Massen, deren Geschwindigkeiten etwas größer seien als die des untersuchten Massenpunktes, so daß wir noch die Quadrate und binären Produkte berücksichtigen müssen. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit des Massenpunktes mit $\mathfrak{v}$ und die der felderregenden Massen mit $\mathfrak{v}'$, so sollen in Rechnung gezogen werden Ausdrücke von der Größenordnung: $\mathfrak{v}$, $\mathfrak{v}'$, $\mathfrak{v}'^2$ und $\mathfrak{v} \cdot \mathfrak{v}'$.

Die Bewegungsgleichungen lauten bekanntlich:

$$\frac{d^2 x_\tau}{ds^2} = \Gamma^\tau_{\mu\nu} \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}, \quad \tau = 1 \cdots 4. \tag{1}$$

Auf der rechten Seite stehen die Geschwindigkeitskomponenten des Massenpunktes; vernachlässigen wir gemäß unseren Voraussetzungen ihre Quadrate und Produkte, so gehen die Gleichungen über in:

$$\frac{d^2 x_\tau}{dt^2} = 2i\left(\Gamma^\tau_{14} \frac{dx_1}{dt} + \Gamma^\tau_{24} \frac{dx_2}{dt} + \Gamma^\tau_{34} \frac{dx_3}{dt}\right) - \Gamma^\tau_{44}. \tag{2}$$

Wir betrachten im folgenden die drei räumlichen Komponenten der Bewegungsgleichungen; es sei also $\tau = 1, 2, 3$. Für schwache Felder sind die Dreiindizessymbole:

$$\left.\begin{aligned} \Gamma^\tau_{\sigma 4} &= -\left\{\begin{matrix}\sigma 4\\ \tau\end{matrix}\right\} = \left[\begin{matrix}\sigma 4\\ \tau\end{matrix}\right] = \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{\sigma\tau}}{\partial x_4} + \frac{\partial g_{\tau 4}}{\partial x_\sigma} - \frac{\partial g_{\sigma 4}}{\partial x_\tau}\right). \end{aligned}\right| \tag{3}$$

Die Ableitungen $\frac{\partial g_{\sigma\tau}}{\partial x_4}$ ($\sigma \neq 4$, $\tau \neq 4$) sind, wie sich sogleich herausstellen wird, von der Größenordnung $\mathfrak{v}'^2$; sie sind in (2) mit $\frac{dx_\sigma}{dt}$ (Größenordnung $\mathfrak{v}$) multipliziert, fallen demnach in unserer Näherung weg. In Γ^τ_{44} treten nur die Ableitungen von $g_{\tau 4}$ und g_{44} auf; wir brauchen also für das folgende nur jene Koeffizienten $g_{\mu\nu}$, die den Index 4 mindestens einmal enthalten. Um sie zu berechnen, benutzen wir die Einsteinsche Näherungslösung[1]):

$$\left.\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= -\delta_{\mu\nu} + \gamma_{\mu\nu}, \quad \delta_{\mu\nu} = \begin{cases} 1, & \mu = \nu, \\ 0, & \mu \neq \nu, \end{cases} \\ \gamma_{\mu\nu} &= \gamma_{\mu\nu}' - \frac{1}{2}\delta_{\mu\nu} \sum_a \gamma_{aa}', \\ \gamma_{\mu\nu}' &= -\frac{\varkappa}{2\pi} \int \frac{T_{\mu\nu}(x', y', z', t' - R)}{R} dV_0, \end{aligned}\right| \tag{4}$$

wobei $T_{\mu\nu}$ den Energietensor, $x'\,y'\,z'$ die Koordinaten des Integrationsraumes, R den Abstand Integrationselement—Aufpunkt und dV_0 das natürlich gemessene Volumelement bezeichnet. Der Energietensor für inkohärente Materie ist gegeben durch:

$$T_{\mu\nu} = T^{\mu\nu} = \varrho_0 \frac{dx_\mu}{ds} \frac{dx_\nu}{ds}. \tag{5}$$

Die vier in Betracht kommenden Koeffizienten $g_{\mu 4}$ lauten demnach:

$$\left.\begin{aligned} g_{14} &= -i\frac{\varkappa}{2\pi} \int \frac{\varrho_0 \mathfrak{v}_x'}{R} \left(\frac{dt'}{ds}\right)^2 dV_0, \\ g_{24} &= -i\frac{\varkappa}{2\pi} \int \frac{\varrho_0 \mathfrak{v}_y'}{R} \left(\frac{dt'}{ds}\right)^2 dV_0, \\ g_{34} &= -i\frac{\varkappa}{2\pi} \int \frac{\varrho_0 \mathfrak{v}_z'}{R} \left(\frac{dt'}{ds}\right)^2 dV_0, \\ g_{44} &= -1 + \frac{\varkappa}{4\pi} \int \frac{\varrho_0}{R} \left(\frac{dt'}{ds}\right)^2 dV_0. \end{aligned}\right| \tag{6}$$

1) H. Thirring, diese Zeitschr. 19, 33, 1918.
2) A. Einstein, diese Zeitschr. 14, 1261, 1913.

1) A. Einstein, Berl. Ber. 1916, S. 688.

Die in Gl. (2) auftretenden Feldkomponenten $\Gamma^{\nu}_{\sigma\,4}$ berechnen sich nun aus den $g_{\mu\nu}$ mit den angewendeten Vernachlässigungen wie folgt:

$$\begin{array}{llll}
\Gamma^1_{14}=0 & \Gamma^1_{24}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{14}}{\partial x_2}-\frac{\partial g_{24}}{\partial x_1}\right) & \Gamma^1_{34}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{14}}{\partial x_3}-\frac{\partial g_{34}}{\partial x_1}\right) & \Gamma^1_{44}=-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_1}+\frac{\partial g_{14}}{\partial x_4} \\
\Gamma^2_{14}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{24}}{\partial x_1}-\frac{\partial g_{14}}{\partial x_2}\right) & \Gamma^2_{24}=0 & \Gamma^2_{34}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{24}}{\partial x_3}-\frac{\partial g_{34}}{\partial x_2}\right) & \Gamma^2_{44}=-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_2}+\frac{\partial g_{24}}{\partial x_4} \\
\Gamma^3_{14}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{34}}{\partial x_1}-\frac{\partial g_{14}}{\partial x_3}\right) & \Gamma^3_{24}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial g_{34}}{\partial x_2}-\frac{\partial g_{24}}{\partial x_3}\right) & \Gamma^3_{34}=0 & \Gamma^3_{44}=-\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_3}+\frac{\partial g_{34}}{\partial x_4} \\
\Gamma^4_{14}=\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_1} & \Gamma^4_{24}=\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_2}-\frac{\partial g_{24}}{\partial x_4} & \Gamma^4_{34}=\frac{1}{2}\frac{\partial g_{44}}{\partial x_3}-\frac{\partial g_{34}}{\partial x_4} & \Gamma^4_{44}=0.
\end{array} \tag{7}$$

Die Gleichungen (2), (6) und (7) entsprechen nun bis auf numerische Faktoren ganz den elektrodynamischen Grundgleichungen. Um diese Ähnlichkeit besser hervortreten zu lassen, setzen wir noch:

$$\begin{array}{l}
\mathfrak{A}_x=ig_{14},\quad \mathfrak{A}_y=ig_{24},\quad \mathfrak{A}_z=ig_{34},\quad \Phi=\frac{g_{44}+1}{2}, \\
\mathfrak{H}_x=2i\Gamma^3_{24}=-2i\Gamma^2_{34},\quad \mathfrak{H}_y=2i\Gamma^1_{34}=-2i\Gamma^3_{14},\quad \mathfrak{H}_z=2i\Gamma^2_{14}=-2i\Gamma^1_{24}, \\
\mathfrak{E}_x=\Gamma^1_{44}=-\Gamma^4_{14},\quad \mathfrak{E}_y=\Gamma^2_{44}=-\Gamma^4_{24},\quad \mathfrak{E}_z=\Gamma^3_{44}=-\Gamma^4_{34}, \\
k=\frac{\varkappa}{8\pi}.
\end{array} \tag{8}$$

Mit diesen Bezeichnungen gehen die Gleichungen (6), (7) und (2) über in:

$$\begin{array}{l}
\mathfrak{A}=4k\int\frac{\varrho_0\mathfrak{v}'}{R}\left(\frac{dt'}{ds}\right)^2 dV_0, \\
\Phi=k\int\frac{\varrho_0}{R}\left(\frac{dt'}{ds}\right)^2 dV_0,
\end{array} \tag{6a}$$

$$\mathfrak{H}=\operatorname{rot}\mathfrak{A},\quad \mathfrak{E}=-\operatorname{grad}\Phi-\frac{\partial\mathfrak{A}}{\partial t}, \tag{7a}$$

$$\ddot{\mathfrak{s}}=-\mathfrak{E}-[\mathfrak{v}\mathfrak{H}]. \tag{2a}$$

Abgesehen von dem Faktor $\left(\frac{dt'}{ds}\right)^2$, der nur um Größen von der Ordnung $\mathfrak{v}'^2$ von der Einheit abweicht, unterscheiden sich die Gleichungen (6a), (7a) und (2a) von den entsprechenden elektrodynamischen nur durch das verkehrte Vorzeichen der rechten Seite von (2a) und durch das Auftreten des Faktors 4 in (6a). Es ist also das Analogon zur magnetischen Kraft in der Gravitationstheorie viermal so groß als in der Elektrodynamik.

An die Herleitung dieser formalen Analogie sei eine Bemerkung prinzipieller Natur angeschlossen. Es erscheint von vornherein sehr unwahrscheinlich, daß mathematische Gesetze, die auf einem Erscheinungsgebiete Näherungsformeln für gewisse Spezialfälle darstellen, ein anderes Erscheinungsgebiet exakt beschreiben sollen. Es drängt sich deshalb (abgesehen von dem physikalischen Bedürfnis auch aus formalen Gründen) die Vermutung auf, daß die Maxwell-Lorentzschen Gleichungen ebenfalls nur Näherungsformeln seien, die zwar für die elektrotechnisch herstellbaren Felder genügend genau sind, für viel stärkere Felder aber, wie sie in den Atom- und Elektronendimensionen auftreten, einer entsprechenden Verallgemeinerung bedürfen, zu welcher ja von Hilbert und Mie (die von einem viel weiteren Gesichtspunkt ausgehen) bereits Entwürfe gemacht worden sind.

Institut für theoretische Physik d. Universität Wien, März 1918.

(Eingegangen 26. März 1918.)

Weitere Versuche über eine durchdringende Sekundärstrahlung der Kanalstrahlen.

Von M. Wolfke.

Mit Tafel V.

Vor kurzem habe ich über eine neue Sekundärstrahlung der Kanalstrahlen berichtet[1]). Weitere Versuche, die ich mit einer neuen Anordnung und mit Benutzung der magnetischen Ablenkung der Kanalstrahlen ausgeführt habe, haben die Erregung einer durchdringenden Sekundärstrahlung durch Kanalteilchen bestätigt. Gleichzeitig hat sich jedoch herausgestellt, daß die Vermutungen, die ich in bezug auf den Charakter dieser Strahlung in der ersten Abhandlung ausgesprochen habe, sich nicht aufrecht erhalten lassen.

1) M. Wolfke, diese Zeitschr. 18, 479, 1917.

Versuchsmethode.

Bei den neuen Versuchen wurde als wichtiger Faktor, wie oben erwähnt, die magnetische Ablenkung der Kanalstrahlen benutzt. Das entsprechende Rohr ist in Fig. 1 dargestellt.

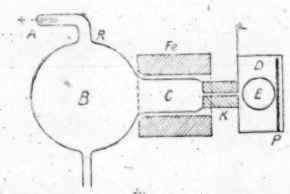


Fig. 1.

Die Kugel B (Durchmesser 180 mm) mit der Anode A ist mit dem Ansatz C (Durchmesser 54 mm und 110 mm lang) auf den durchbohrten Eisenzylinder K aufgekittet. Die in C erzeugten Kanalstrahlen gehen durch den Kanal (Durchmesser 5 mm) in die Messingkamera D. In die Kamera sind zwei Polschuhe E (Durchmesser 44 mm) mit einem Luftspalt (10 mm breit) seitlich eingelötet. Diese Polschuhe dienen als Verlängerungen für die Polschuhe eines Rumkorffschen Elektromagneten, zwischen denen sich die Kamera D befindet. Auch die Kugel B liegt zwischen zwei Spulen eines Elektromagneten, der die von der Kathode herkommenden Kathodenstrahlen nach R ablenkt. Die Form und die Größe des Entlastungsrohres sind so gewählt, daß in die Kamera D durch den Kanal keine direkten Röntgenstrahlen eindringen können. Ein durchbohrter Eisenzylinder Fe schützt den Entladungsraum vor den Streufeldern der beiden Elektromagnete. In die Kamera D kann hinter die Polschuhe E (Abstand 10 mm) eine Messingkassette P mit einer photographischen Platte eingeschoben werden (der Abstand zwischen Kanalende und der Kassette beträgt 64 mm). Die Messingkassette ist vorn durch eine Doppelwand mit aufeinanderpassenden viereckigen Öffnungen (20 mm breit und 110 mm hoch) geschlossen. Zwischen diese Doppelwand werden die benutzten Metallfolien mittels Schrauben zusammengepreßt. Die Folien berühren die Gelatineschicht der photographischen Platte nicht (Abstand 1,5 mm).

Bei allen Aufnahmen der Sekundärstrahlung wurden nie einzelne Folien benutzt, sondern es wurden mindestens 3 Folien aufeinander gelagert. Außerdem habe ich bei jedem Versuch die Folien vor und nach der Bestrahlung mit Kanalstrahlen einer Lichtprobe unterworfen. Diese Lichtprobe bestand darin, daß eine in der Messingkassette hinter den Folien eingeschlossene Röntgenplatte mit einer Halbwattlampe (Beleuchtungsstärke ca. 200 Meterkerzen) während einer halben Stunde belichtet wurde. Es wurden nur solche Folien zu den Versuchen benutzt, bei denen nach der Belichtung die Röntgenplatte beim Einwickeln klar geblieben war. Die Lichtprobe nach der Bestrahlung diente zur Kontrolle dafür, daß die Folien während der Bestrahlung mit Kanalstrahlen nicht gelitten haben.

Das Kanalrohr wurde mit einer Hg-Gaedepumpe, mit Kapselpumpe als Vorvakuum, gepumpt und mit einem Induktorium betrieben. Um eine zu starke Erwärmung der Folien durch die auffallenden Kanalstrahlen zu vermeiden, wurde das Induktorium bei allen Aufnahmen intermittierend in Zwischenzeiten von mindestens 5 sec nur während je einer Sekunde in Betrieb gesetzt. Ich habe „Agfa"-Röntgenplatten für die Aufnahmen der Sekundärstrahlung und „Guilleminot"-Diapositivplatten für direkte Aufnahmen der Solarisationsbilder der Kanalstrahlen gebraucht.

Einfluß des Magnetfeldes auf die Schwärzung.

Läßt man unabgelenkte Kanalstrahlen auf die vor eine Röntgenplatte vorgelagerten Aluminiumfolien fallen, so erscheint hinter dem Ort, wo das Kanalstrahlenbündel die Folien trifft, eine kreisrunde ziemlich gleichmäßige diffuse Schwärzung. Als orientierende Vorversuche wurde der Einfluß der magnetischen Ablenkung der Kanalstrahlen auf die Intensität dieser Schwärzung untersucht. Zu diesem Zweck habe ich eine Reihe von Aufnahmen unter sonst gleichen Bedingungen mit verschieden starken Magnetfeldern ausgeführt. Die Kassette wurde dabei mit 5 Aluminiumfolien, jede ca 0,005 mm dick, lichtdicht abgeschlossen. Die Bestrahlung mit Kanalstrahlen dauerte für jede Aufnahme 5 Minuten. Alle Platten wurden in gleicher Weise mit Rodinal 1/20 entwickelt. Ich erhielt folgendes Resultat:

Ohne Magnetfeld erscheint die Schwärzung ziemlich intensiv, nimmt jedoch sehr stark ab nach Einschalten eines schwachen Magnetfeldes von einigen Gauß. Von ca 75 Gauß aufwärts bis ca 1700 Gauß ändert sich die Schwärzung kaum merklich, um dann wieder abzunehmen, so daß sie bei ca. 5000 Gauß ganz deutlich schwächer ist als bei 1700 Gauß.

Diese Schwärzungsabnahmen lassen sich folgendermaßen deuten:

Die erste Abnahme der Schwärzung beim

Einschalten eines schwachen Magnetfeldes kann durch die Ablenkung der Striktionskathodenstrahlen, welche wegen mangelhafter Gleichrichterwirkung aus dem Entladungsraum durch den Kanal hineintreten und auf den Folien eine Röntgenstrahlung erregen, erklärt werden. Die weitere Abnahme der Schwärzung mit wachsendem Magnetfeld zwischen 1700 und 5000 Gauß läßt sich jedoch nur dadurch erklären, daß noch andere Ionen, die bedeutend schwerer ablenkbar sind als die Elektronen, an der Erregung der schwärzenden durchdringenden Strahlung teilnehmen.

Erregung einer durchdringenden Strahlung durch positive Ionen.

Bei den oben beschriebenen Versuchen war eine durchdringende Sekundärstrahlung der abgelenkten Ionen direkt durch Schwärzung nicht festzustellen. Dies wird begreiflich, wenn man bedenkt, daß die abgelenkten Ionen verschiedene Geschwindigkeiten haben und durch das Magnetfeld stark auseinandergezogen werden, so daß sie sich auf eine größere Fläche verteilen und dadurch bedeutend schwächer als früher wirken, wo sie alle auf den Zentralfleck konzentriert waren.

Eine direkte Feststellung einer durchdringenden Sekundärstrahlung der abgelenkten Ionen durch Schwärzung ist mir erst nach längeren Bestrahlungen von 20 bis 60 Minuten gelungen.

Die Fig. 2 (Tafel) zeigt eine solche Aufnahme, die mit einer Bestrahlung von 30 Minuten erhalten worden ist. Vor die Röntgenplatte waren 3 Aluminiumfolien vorgelagert, jede ca 0,005 mm dick. Das Magnetfeld betrug 3300 Gauß, das Entladungspotential entsprach einer Funkenstrecke von ca 30 mm Länge, zwischen Kugeln von ca 30 mm Durchmesser.

Die Fig. 3 (Tafel) zeigt eine direkte Solarisationsaufnahme des magnetischen Spektrums der Kanalstrahlen bei gleicher Feldstärke von 3300 Gauß und gleichen Entladungsbedingungen wie oben mit 30 sec Bestrahlung.

Aus dem Vergleich der beiden Aufnahmen erkennt man deutlich, daß die Strahlung, die der oberen Schwärzung (Fig. 2) entspricht, von dem Ort der Folien herkommt, wo sich das Maximum (Fig. 3) der abgelenkten Kanalstrahlen befindet. Die Tatsache, daß das Solarisationsmaximum (Fig. 3) der positiven Ionen etwas stärker abgelenkt ist, als das entsprechende Maximum der Sekundärstrahlung (Fig. 2), läßt sich ohne weiteres dadurch erklären, daß die photographische Platte bei den Solarisationsaufnahmen um ca 3 mm weiter von den Polschuhen entfernt war, als die Aluminiumschicht bei den Aufnahmen der Sekundärstrahlung. Die Richtung dieser Ablenkung entspricht den positiv geladenen Teilchen, die auch sicher als solche an die Oberfläche der Folien kamen, da die Kassette unmittelbar hinter den Polschuhen liegt und bei dem benutzten Vakuum, von ca 0,001 mm Hg, auf dem kurzen Wege keine merklichen Umladungen stattfinden konnten.

Diese Aufnahmen beweisen einwandsfrei, daß die positiven Ionen beim Aufprallen eine durchdringende Strahlung zu erregen imstande sind.

Ob auch die negativen Ionen die gleiche Eigenschaft besitzen, läßt sich aus diesem Versuch nicht schließen, da die negativ geladenen Teilchen sehr schwach vertreten waren.

Aus der Lage der oberen Schwärzung (Fig. 2) läßt sich die spezifische Ladung e/m der betreffenden positiven Ionen annähernd berechnen: Es ergibt sich die Größenordnung von 10^{13} in absoluten elektrostatischen Einheiten, was auf Sauerstoff- ev. Stickstoffionen hindeutet. Das gleiche ist auch aus dem Solarisationsbild (Fig. 3) ohne weiteres zu ersehen, da das Kanalrohr mit Luft gefüllt war und nach Retschinsky[1]) alsdann die Sauerstoff- und Stickstoff-Maxima auf den Solarisationsbildern am stärksten auftreten. Es ist aber sehr wahrscheinlich, daß auch andere Kanalteilchen die gleiche Eigenschaft, eine durchdringende Sekundärstrahlung zu erregen, besitzen.

Vermutungen über die Natur der Sekundärstrahlung.

In meiner ersten Abhandlung über diesen Gegenstand[2]) habe ich auf Grund der Schwärzungsunterschiede, die ich damals je nach der Anordnung und Natur der Folien erhielt, die Vermutung ausgesprochen, daß es sich um die Erregung der charakteristischen Röntgenstrahlung der dort benutzten Metalle (Zinn und Blei) handelte. Die weiteren Versuche haben diese Vermutung nicht bestätigt. Es stellte sich nämlich bei Wiederholung der früheren Versuche stets eine gleichmäßige Schwärzung auf beiden Hälften gleich stark ein, ohne auch eine Spur von den früher beobachteten Schwärzungsunterschieden zu zeigen. Eine sorgfältige Prüfung dieser Diskrepanz führte auf eine äußerst verborgene Fehlerquelle in den ersten Versuchen. Es zeigte sich, daß bei allen früheren

1) T. Retschinsky, Ann. d. Phys. (4) **47**, 539, 1915.
2) M. Wolfke, l. c.

Aufnahmen die sehr dünne Aluminiumfolie in der Mitte, wo die Folien zusammengepreßt waren[1]), unter der Wirkung der Kanalstrahlen sich wölbte (wahrscheinlich durch Erwärmung) und auf diese Weise nicht genügend dicht an den Messingstäbchen anlag. Dadurch entstanden feine Lücken auf der Aluminiumseite, durch welche Strahlungen direkt auf die andere Hälfte gelangten und gerade dort, wo eine stärkere Schwärzung erwartet wurde, eine solche hervorriefen und auf diese Weise einen Schwärzungsunterschied der beiden Hälften vortäuschten. Nachdem diese Fehlerquelle sorgfältig eliminiert wurde dadurch, daß eine von den Folien ohne Unterbrechung unter dem mittleren Messingstäbchen hindurchging, erschien hinter den Folien nur eine schwache gleichmäßige Schwärzung.

Auf Grund der neuen Versuche läßt sich nichts Sicheres über die Natur der Sekundärstrahlung aussagen. Es scheint nur, daß es sich hier um eine sehr weiche Strahlung handelt. Es genügt nämlich das Vorlagern einer Blattsilberfolie von weniger als 0,001 mm Dicke, um die obere Schwärzung (Fig. 2) zum Verschwinden zu bringen; eine vierte Aluminiumfolie von ca 0,005 mm Dicke zu den drei sonst benutzten zugefügt, schwächt die obere Schwärzung (Fig. 2) um mehr als die Hälfte. Eine rohe Schätzung ergibt für diese Strahlung einen größeren Absorptionskoeffizienten, als derjenige der charakteristischen Aluminiumstrahlung.

Zusammenfassung.

Es wurde mittels photographischer Schwärzungen unter Benutzung der magnetischen Ablenkung der Kanalstrahlen festgestellt, daß die positiven Kanalteilchen (Sauerstoff- ev. Stickstoff-Ionen) beim Aufprallen auf Aluminiumfolien eine durchdringende Strahlung erregen.

Die vom Verfasser auf Grund seiner früheren Versuche ausgesprochene Vermutung, daß die Kanalteilchen die charakteristische Röntgenstrahlung der schweren Metalle (Zinn und Blei) erregen können, hat sich nicht bestätigt, es scheint vielmehr, daß es sich bei diesem Effekt um eine sehr weiche Strahlung handelt.

1) M. Wolfke, l. c. Vgl. Fig. 2.

Zürich, Phys. Inst. d. Eidg. Techn. Hochschule, Februar 1918.

(Eingegangen 2. März 1918.)

Die Muttersubstanz des Actiniums, ein neues radioaktives Element von langer Lebensdauer.

Von Otto Hahn und Lise Meitner.

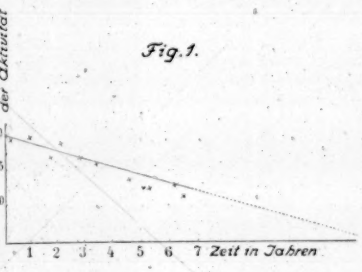
Das Actinium ist unter allen radioaktiven Elementen dasjenige, dessen Eigenschaften bisher am wenigsten sichergestellt sind. Selbst seine Einreihung in das radioaktive Zerfallsschema kann noch nicht eindeutig vorgenommen werden. Daß das Actinium in einem genetischen Zusammenhang zum Uran steht, wurde im Jahre 1908 von Boltwood wahrscheinlich gemacht[1]). Er zeigte, daß sich Actinium in allen Uranmineralien in einem Betrage vorfindet, der sich — innerhalb der durch die Meßschwierigkeiten gegebenen Fehlergrenzen — als proportional dem Urangehalt erwies. Da die Gesamtaktivität des Actiniums im Gleichgewicht mit seinen Zerfallsprodukten nach den Boltwoodschen Befunden nur 28 Proz. der Aktivität des Urans in einem Mineral beträgt, so schloß Rutherford[2]), daß das Actinium eine Seitenlinie in der Uranreihe vorstelle und berechnete aus der mittleren Reichweite der α-Strahlen der Actiniumprodukte, daß nur 8 Proz. der Substanz, bei welcher die Abzweigung stattfindet, in Actinium umgewandelt werden.

Es handelte sich nun darum, in der Uranreihe dasjenige Produkt aufzufinden, dessen dualer Zerfall Ausgangspunkt für die Actiniumreihe ist und festzustellen, ob und über welche Zwischenprodukte die Actiniumentstehung vor sich geht. Um zu entscheiden, ob ein Nachweis der Actiniumbildung überhaupt angestrebt werden kann, muß man wenigstens die Größenordnung der Lebensdauer des Actiniums kennen. Im Jahre 1911 teilte Frau Curie[3]) Beobachtungen mit, aus denen hervorging, daß die Halbwertszeit des Actiniums etwa 30 Jahre beträgt. Diese Angabe ist zwar bisher vereinzelt geblieben, doch sprechen auch andere Umstände dafür, daß Actinium eine verhältnismäßig kurze Lebensdauer besitzen muß, so z. B. die Tatsachen, daß Giesel[4]) an hochaktiven Präparaten im Funkenspektrum keine neuen Linien beobachten konnte, und daß Auer v. Welsbach an Lanthan konzentriertes Actinium herstellte, das 100000 mal stärker aktiv war als die gleiche Gewichtsmenge Uran.

Auch wir haben seit einer Reihe von Jahren ein Actiniumpräparat in elektroskopischer Untersuchung, das eine deutliche Abnahme der Aktivi-

1) B. B. Boltwood, Sill. Journ. **25**, 269, 1908.
2) E. Rutherford, Radioaktive Substanzen. 1913. S. 407.
3) Mme Curie, Le Radium **8**, 353, 1911.
4) F. Giesel, Ber. d. D. Chem. Ges. **37**, 1696, 1904.

tät zeigt und zwar in der Größenordnung, wie sie der von Frau Curie angegebenen Lebensdauer entspricht. Die Messungen, die in Fig. 1 wiedergegeben sind, sind nicht so übereinstimmend, daß man eine genaue Halbwertszeit angeben könnte. Aber sie lassen jedenfalls deutlich erkennen, daß die Halbierungszeit des Actiniums zwischen 25 und 30 Jahren liegen dürfte. Als Abszissen sind in



der Fig. 1 die Zeiten in Jahren, als Ordinaten die Logarithmen der Aktivität aufgetragen.

In den Jahren 1913 und 1914 hat Herr Dr. Reisenegger zu anderen Zwecken eine größere Anzahl sehr reiner Actiniumpräparate in unserem Laboratorium hergestellt, die genauer als das oben erwähnte Präparat gemessen werden können. Auch diese zeigen eine deutliche Abnahme, so daß die relativ kurze Lebensdauer des Actiniums wohl außer Zweifel steht.

Entstünde daher das Actinium direkt aus Uran oder einem seiner Zerfallsprodukte, so müßte sich dessen Bildung mühelos nachweisen lassen. Gleichwohl gibt Soddy in seiner im Jahre 1911 erschienenen Chemie der Radioelemente an, daß bisher keine Erzeugung von Actinium aus Uran oder irgendeinem seiner Zerfallsprodukte beobachtet worden ist. Man war demnach gezwungen, für das Actinium noch eine langlebige Muttersubstanz anzunehmen, ohne aber über deren chemische oder radioaktive Eigenschaften das geringste aussagen zu können.

Einen wesentlichen Schritt vorwärts wurde diese Frage gebracht, als auf Grund der neueren Arbeiten von v. Hevesy, Russell, Soddy und Fajans eine Einreihung der radioaktiven Substanzen in das periodische System vorgenommen werden konnte.

Russell[1]) hatte schon, durch die von ihm allerdings noch unvollkommen erkannte Verschiebungsregel geleitet, für die Uranreihe das Schema aufgestellt

$$Ur\,I \xrightarrow{\alpha} Ur\,X_1 \xrightarrow{\beta} Ur\,X_2 \xrightarrow{\beta} Ur\,II \xrightarrow{\alpha} Io \xrightarrow{\alpha} Ra \text{ usw.},$$

wobei die beigesetzten Zahlen die Wertigkeit des betreffenden Elements anzeigen.

$Ur\,X_2$ war damals noch nicht gefunden und nur hypothetisch von Russell eingeführt worden. In einem kurz darauf erschienenen Aufsatz über die Radioelemente und das periodische System griff Soddy[1]) das Russellsche Schema auf, wobei er nur $Ur\,X_2$ durch die Bezeichnung (*Eka Ta*) ersetzte, um auszudrücken, daß dieses unbekannte Element ein höheres Homologes des Tantals sein müßte. Er betonte, daß wenn dieses α-Strahlen aussenden sollte, es eine sehr lange Lebensdauer besitzen müsse. Soddy hatte nämlich, um die Stellung des Ioniums in der Uranreihe festzulegen, im Jahre 1909 Versuche darüber angestellt, ob sich die Entstehung einer α-strahlenden Substanz aus sehr starken $Ur\,X$-Präparaten, die aus 50 kg Uranylnitrat gewonnen waren, nachweisen ließe. Er hatte damals eine äußerst geringe α-Aktivität gefunden, die sich aber während einer längeren Beobachtungsdauer als konstant erwies. In der zitierten Arbeit vom Jahre 1913 kam Soddy auf diese Untersuchungen zurück und berichtete, daß er seinerzeit die Uran X-Präparate durch Messung des gesammelten aktiven Niederschlags auch auf Actinium geprüft und im Verlaufe von etwa $2^1/_2$ Jahren eine ganz schwache Zunahme der Aktivität beobachtet habe. Er schloß daraus, daß das Actinium über eine langlebige Zwischensubstanz, nämlich das Ekatantal aus $Ur\,X$ entstünde und stellte folgendes Schema auf:

$$\begin{array}{l} Ur\,I \xrightarrow{\alpha} Ur\,X \xrightarrow{\beta} (eka\,Ta) \xrightarrow{\alpha} Ur\,II \xrightarrow{\alpha} Io \xrightarrow{\alpha} \text{usw.} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad \searrow \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad Act \xrightarrow{\beta} Rd\,Ac \xrightarrow{\alpha} \text{usw.} \end{array}$$

Soddy nahm hierbei, gestützt auf Versuche von Fleck an, daß Actinium dreiwertig sei.

Kurz darauf wurde von Fajans und Göhring tatsächlich ein β-strahlendes Umwandlungsprodukt des $Ur\,X$ gefunden[2]), das $Ur\,X_2$ oder Brevium, wie es von Fajans benannt wurde. Es erwies sich aber im Gegensatz zu den Soddyschen Voraussetzungen als äußerst kurzlebig. Wir selbst hatten im Anschluß an Untersuchungen über die komplexe Natur des Radioactiniums[3]) auch die Stellung des Actiniums in der Uranreihe diskutiert und darauf verwiesen,

1) A. S. Russell, Chem. News **107**, 49, 1913.

1) F. Soddy, Chem. News **107**, 97, 1913.
2) K. Fajans und O. Göhring, diese Zeitschr. **14**, 877, 1913.
3) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **14**, 752, 1913.

daß das Soddysche Schema durch die Auffindung des kurzlebigen UrX_2, dessen Existenz und Halbwertszeit wir gleichzeitig bestätigten, unhaltbar geworden sei.

Die gleiche Schlußfolgerung zog auch Fajans[1]). Aber er suchte diese Schwierigkeit dadurch zu lösen, daß er zwischen zwei auch von Soddy erwogenen möglichen Fällen unterschied. Ist Actinium dreiwertig, so sollte es nach Fajans aus einem β-strahlenden zweiwertigen Körper entstehen, für welchen nur Radium in Betracht kam. Ist es zweiwertig, so kam eine Entstehung aus einem α-strahlenden vierwertigen Körper in Frage, nämlich dem Ionium.

Wir hingegen mußten gerade auf Grund unseres Resultats, daß Radioactinium nicht komplex ist, die Möglichkeit, daß Actinium zweiwertig ist, ablehnen und stellten daher unter Berufung darauf, daß erhebliche Mengen Actiniums in alten Radiumpräparaten niemals beobachtet worden waren, das folgende Zerfallsschema auf:

$$\begin{array}{lllllll} & & & 5 & 6 & 4 & \\ 6 & 4 & \beta & UrX_2 & Ur\,II & Io & \\ UrI \xrightarrow{\alpha} UrX_1 & & \alpha & \xrightarrow{\beta} & \xrightarrow{\alpha} & \xrightarrow{\alpha} & \text{usw.} \\ & & & 5 & 3 & 4 & \\ & & & Act\,1 & Act\,2 & Rd\,Act & \text{usw.} \end{array}$$

Wir bezeichneten also mit $Act\ 1$ die 5-wertige, α-strahlende, mit UrX_2 isotope, langlebige Muttersubstanz des Actiniums, und berechneten, daß die α-Aktivität dieser Substanz sich zu etwa 3 Proz. an der Aktivität des Urans beteiligen müßte.

Die von anderer Seite angestellten experimentellen Untersuchungen stützten unser Schema. Soddy[2]) konnte in 13,5 mg Radium, das 10 Jahre lang unverändert eingeschmolzen gewesen war, kein Actinium nachweisen und schloß daraus, daß Radium nicht die Muttersubstanz des Actiniums sein könnte und daß das von uns vorgeschlagene Schema das einzig mögliche sei.

Auch Fajans und Paneth[3]) fanden weder in einem 6 Jahre alten Radiumpräparat von 180 mg Stärke, noch in einem starken, 4 Jahre alten Thorium-Ioniumoxalat Actinium. Damit war also erwiesen, daß als Muttersubstanz des Actiniums nur ein Isotop des UrX_2 in Betracht käme.

Bald darauf konnten wir die Existenz des von Antonoff[4]) gefundenen, von Fleck bestrittenen UrY bestätigen und seine chemische Natur als identisch mit UrX_1 feststellen[1]), ein Resultat, das auch Soddy[2]) gleichzeitig erhalten hatte. Da das UrY β-Strahlen aussendet, muß es sich in ein Isotop des UrX_2 verwandeln. Da es außerdem nur zu wenigen Prozenten aus Uran entsteht, so lag die Annahme nahe, daß sein Umwandlungsprodukt die gesuchte Muttersubstanz des Actiniums sei, welche Möglichkeit sowohl von Antonoff als von Soddy in Erwägung gezogen wurde. Aber gleichzeitig berichtete Soddy[3]), daß er beim Zerfall von $UrX + UrY$ keine entstehende α-Aktivität habe nachweisen können. Dieselbe Frage wurde dann von O. Göhring[4]) einer Untersuchung unterzogen, über deren Resultat er zusammenfassend sagt: „Es wurden einige Versuche zur Auffindung eines neuen Gliedes der Breviumplejade ausgeführt, das eventuell als Muttersubstanz des Actiniums in Betracht kommen könnte. Es ist aber nicht gelungen, ein solches nachzuweisen, weder in Pechblende, noch bei Ionium, noch bei UrY."

Die Muttersubstanz des Actiniums blieb also nach wie vor unbekannt, so daß St. Meyer und E. v. Schweidler in ihrem im Jahre 1916 erschienenen Lehrbuch[5]) die Meinung äußerten, es sei fraglich, ob diese Substanz tatsächlich in der 5. Gruppe zu suchen sei.

Wir hatten indessen die an das von uns früher aufgestellte Schema anknüpfenden Versuche fortgesetzt. Anfangs gingen wir von Urannitrat verschiedenen Alters aus, in der Erwägung, daß sich in älteren Uranproben möglicherweise schon nachweisbare Mengen des gesuchten Körpers gebildet haben könnten. Da wir zufällig im Besitze eines mindestens 25 Jahre alten, nicht verarbeiteten Uransalzes waren, wurden gleiche Mengen dieses alten und eines neuen Uransalzes in Wasser gelöst und unter identischen Bedingungen mit Tantalsäure geschüttelt, ein Verfahren, das wir früher zur Trennung des UrX_2 erfolgreich verwendet hatten[6]). Die Filter aus dem alten Uran waren in der Tat viel stärker aktiv als die aus dem neuen, doch nahm die Aktivität ab. Sie bestand aus UrX, Polonium und etwas Ionium. Die Aktivitäten wurden mit längeren Pausen bis Januar 1917 verfolgt, um zu prüfen, ob die

1) K. Fajans, diese Zeitschr. **14**, 136—142, 1913.
2) Soddy, Nature **91**, 634, 1913.
3) K. Fajans u. F. Paneth, Wien. Ber. **123**, 1627, 1914.
4) G. N. Antonoff, Phil. Mag. (6) **26**, 1058, 1913.

1) O. Hahn u. L. Meitner, diese Zeitschr. **15**, 236, 1914.
2) F. Soddy, Phil. Mag. (6) **27**, 215, 1914.
3) l. c.
4) O. Göhring, diese Zeitschr. **15**, 642, 1914.
5) St. Meyer u. E. v. Schweidler, Radioaktivität, 1916, S. 378.
6) O. Hahn und L. Meitner, diese Zeitschr. **14**, 758, 1913.

Aktivität der Präparate, die zunächst natürlich abnahm, nach einiger Zeit zunehmen würde. Es konnten aber dabei keine sicheren Resultate erzielt werden.

Eine zweite Reihe Versuche, die Ende 1913 ausgeführt wurden, bestand darin, daß Pechblende zusammen mit einem tantalhaltigen Mineral (Columbit oder Samarskit) mit Natriumbisulfat aufgeschlossen, der in heißem Wasser ungelöste Teil, der Tantal, Niob usw. enthalten muß, zur Lösung der Erdsäuren mit Schwefelsäure + Wasserstoffsuperoxyd behandelt und das Tantal mit Schwefeldioxyd ausgefällt wurde. Die anfangs immer vorhandene α-Aktivität, die zum großen Teile von Polonium und Ionium herrührte, wurde beim häufigen Umfällen so schwach, daß sie keine einwandfreien Beobachtungen mehr zuließ.

Da die Muttersubstanz des Actiniums besonders bei der voraussichtlich geringen Reichweite ihrer α-Strahlen sich an der Gesamtaktivität der Pechblende nur sehr wenig beteiligen kann, so mußten die in viel größerem Prozentsatz vorhandenen durch Adsorption mitgerissenen Mengen von Ionium und Polonium den Nachweis der gesuchten Substanz sehr erschweren, wenn nicht unmöglich machen.

Wir suchten daher nach einem geeigneteren Ausgangsmaterial und vermuteten ein solches in den hauptsächlich aus Kieselsäure bestehenden Rückständen der Pechblende, die ungelöst zurückbleiben, wenn Pechblende mit Salpetersäure behandelt wird. Diese Rückstände enthalten bei sorgfältigem Arbeiten Radium, Radioblei und Ionium nur in sehr kleinen Mengen, dagegen praktisch die Gesamtmenge an Tantal ähnlichen Substanzen des Ausgangsmaterials. Die gesuchte Substanz mußte also hier im Verhältnis zu Radium usw. schon angereichert vorhanden sein. Eine Stütze für diese Vermutung bot die Tatsache, daß eine Probe Kieselsäure, die vor längerer Zeit aus Pechblende hergestellt worden war, neben schwacher Thoriumemanation auch deutlich eine geringe Menge Actiniumemanation nachzuweisen gestattete.

Aus äußeren Gründen wurden die Versuche erst Anfang 1917 wieder aufgenommen und auch da konnte sich der eine von uns an ihrer Durchführung nur zeitweise beteiligen.

Die Vermutung, daß die Pechblenderückstände das geeignete Versuchsmaterial bieten, hat sich bewährt. Es ist uns gelungen, ein neues aktives Element aufzufinden und den Beweis zu erbringen, daß es die Muttersubstanz des Actiniums ist. Wir schlagen dafür den Namen Protactinium vor.

Darstellung des Protactiniums.

a) Versuche im kleinen aus Uranpechblende.

21 g pulverisierte Pechblende wurden mehrmals mit starker Salpetersäure gekocht. Der nicht in Lösung gegangene Rückstand, der zum Teil aus unangegriffener Gangart, zum Teil aus fein verteilter Kieselsäure bestand, wurde abfiltriert, sorgfältig ausgewaschen und getrocknet, die flockig ausgeschiedene Kieselsäure von der Gangart durch Schlämmen getrennt und ihr Gewicht zu 2 g bestimmt.

1,5 g dieser SiO_2 wurden in ein Messingschälchen gebracht, um auf Aktivitätsänderungen untersucht zu werden, die weiter unten noch näher besprochen werden sollen.

Die übrigen 0,5 g SiO_2 wurden mit einigen Milligramm Kaliumtantalfluorid versetzt, im Platintiegel mehrmals mit Flußsäure behandelt, nach Verdünnen mit Wasser durch einen Paraffintrichter filtriert und erst mit verdünnter HF, schließlich mit reinem Wasser ausgewaschen. Das Filter mit der ungelösten Substanz wurde verascht und gewogen. Es waren 4,6 mg. Der weitaus größte Teil des Ausgangsmaterials war also in Lösung gegangen.

Das klare Filtrat wurde eingedampft und mit konzentrierter H_2SO_4 abgeraucht. Dabei blieb ein ziemlich beträchtlicher Rückstand, der beweist, daß das Ausgangsmaterial außer SiO_2 noch Fe, Erden usw. enthielt.

Die Hälfte der abgerauchten Substanz wurde mit starker HNO_3 wiederholt gekocht, wobei der größte Teil in Lösung ging. Die geringen, unlöslich gebliebenen, etwas rötlich gefärbten Flocken (durch Spuren Eisen verunreinigtes Tantal) wurden getrocknet und auf einem Aluminiumblech montiert. Es sei hier als Präparat 1 bezeichnet.

Nach unserer Voraussetzung mußte mit dem so gewonnenen Tantal die Muttersubstanz des Actiniums abgetrennt sein. Da die Muttersubstanz α-Strahlen besitzt (von voraussichtlich geringerer Reichweite als die Folgeprodukte), so mußte unser Präparat eine starke α-Aktivität aufweisen, die in Anbetracht der Lebensdauer des Actiniums trotz der 5 α-strahlenden Folgeprodukte nur sehr langsam zunehmen konnte. Schaltete man dagegen die langsame α-Strahlung der Muttersubstanz des Actiniums aus, so mußte eine sehr viel schnellere, fast von Null ansteigende Aktivitätszunahme beobachtet werden. (An eine Messung der β-Aktivität konnte bei dem schwachen Präparat nicht gedacht werden.)

Um obige Punkte zu prüfen, wurde das Präparat 1 einmal in einem gewöhnlichen α-Strahlen-Elektroskop untersucht, außerdem aber noch in einem durch 0,02 mm Aluminium abgeschlossenen

Elektroskop. Da das Präparat etwa 1 cm vom Boden der Ionisationskammer entfernt war, so konnten in diesem zweiten Fall α-Strahlen von geringer Reichweite nur wenig mitgemessen werden. Das Resultat entsprach unseren Überlegungen.

Die im α-Strahlen-Elektroskop gemessene Aktivität blieb während vieler Wochen praktisch konstant und ließ allmählich eine ganz langsame Zunahme erkennen. Die Messungen im abgeschlossenen Elektroskop ergaben dagegen eine deutlich zunehmende Aktivität, deren Stärke nach mehreren Wochen auf das Doppelte des anfänglichen Wertes gestiegen war.

Die ursprünglich vorhandene Substanz besitzt also eine α-Strahlung geringer Reichweite und wandelt sich in Produkte mit schnelleren α-Strahlen um.

Der einwandfreieste Beweis, daß die Aktivitätszunahme von der Actiniumnachbildung herrührte, wäre natürlich durch die Messung des aktiven Niederschlages oder der Emanation zu erbringen gewesen. Da hierfür die uns damals zur Verfügung stehenden Präparate zu schwach waren, wählten wir den indirekten Weg, alle anderen in Betracht kommenden Produkte auszuschließen.

Nach dem chemischen Verhalten der Substanz und der geringen Reichweite der ursprünglichen Strahlung konnte diese, falls sie einem der schon bekannten Produkte angehören sollte, nur von Radium D oder von Ionium herrühren. Polonium allein war schon durch die Zunahme der α-Aktivität ausgeschlossen.

Um zu entscheiden, ob bei dem gewählten Abtrennungsverfahren $Ra\,D$ oder Ionium mitabgeschieden worden war, wurde folgender Versuch gemacht.

0,3 g eines Kieselsäurerückstandes wurden mit einigen Milligramm Tantalsäure, etwa 2 mg $Pb(NO_3)_2$ und außerdem mit in ihrer Aktivität leicht nachweisbaren Mengen von $Ur\,X$ und $Th\,B$ versetzt. $Ur\,X$ ist mit Ionium isotop, $Th\,B$ mit $Ra\,D$. Sie konnten daher als Indikatoren für die beiden auszuschließenden Produkte dienen. Das Gemisch wurde nun ganz wie der erste Kieselsäurerückstand behandelt. Es resultierten hierbei drei Produkte: Erstens der in Flußsäure unlösliche Teil, der hauptsächlich seltene Erden, somit auch das Ionium bzw. $Ur\,X$ enthalten muß. Zweitens der in HF lösliche Teil, der selbst wieder in zwei Teilprodukte zerfällt, nämlich in das nach dem Abrauchen mit H_2SO_4 unlösliche Tantal mit der zu prüfenden α-strahlenden Substanz und einen in HNO_3 löslichen Bestandteil, der mittels NH_3 ausgefällt wurde. Alle drei Filter wurden auf Aktivitätsänderungen geprüft.

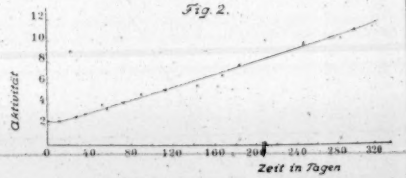
Obwohl sich das ganze $Th\,B$ bei dem in Flußsäure unlöslichen Produkt und der überwiegende Teil des $Ur\,X$ in eben diesem unlöslichen Teil und im Ammoniakniederschlag fand, war die konstante α-Aktivität wieder beim Tantal und damit erwiesen, daß diese weder von Ionium noch von $Ra\,D$ herrühren kann.

Die einzig möglichen bekannten radioaktiven Produkte waren also auf diese Weise ausgeschlossen worden.

Der weitere zeitliche Verlauf der Anstiegskurve des Präparats 1 lieferte einen neuen Beweis, daß die entstehende α-Strahlung weder von Zerfallsprodukten des Ioniums noch des $Ra\,D$ herrühren könne. Denn einerseits ist die Zunahme der durchdringenden α-Strahlung viel größer als der Nachbildung von Radium aus Ionium entspricht, andererseits erfolgt sie seit mehr als 10 Monaten vollkommen gradlinig, während die Polonium-Anstiegskurve schon nach 6 Monaten ein deutliches Langsamerwerden der Nachbildung erkennen läßt.

Die Kurve der Fig. 2 gibt die Aktivitätszunahme der durchdringenden α-Strahlung des Präparats 1 wieder. Als Abszissen sind die Zeiten in Tagen, als Ordinaten die Aktivitäten in willkürlichen Einheiten aufgetragen.

Fig. 2.



Der gradlinige Verlauf der Kurve entspricht der Nachbildung eines verhältnismäßig langlebigen Produkts aus einem Mutterprodukt von langer Lebensdauer. Wie weiter oben erwähnt worden ist, hatten wir nur einen kleinen Teil des unlöslichen Rückstandes der Pechblende verarbeitet, der größte Teil wurde direkt auf Aktivitätsänderungen untersucht. Die Messungen ergaben auch hier nach einer geringen anfänglichen Abnahme eine starke gradlinige Zunahme der durchdringenden α-Strahlung, ein Beweis, daß die Kieselsäurerückstände der Pechblende die neue Substanz enthalten und daher tatsächlich das geeignete Ausgangsmaterial für ihre Darstellung bieten.

Die vorstehend beschriebenen Versuche zeigen, daß die mit dem Tantal abgeschiedene α-Strahlung einem neuen bisher unbekannten radioaktiven Element angehört, das wahrschein-

lich die Muttersubstanz des Actiniums ist. Um diese Wahrscheinlichkeit zur absoluten Sicherheit zu erheben, mußten Versuche mit größeren Mengen Ausgangsmaterial durchgeführt werden.

b) Versuche mit Rückständen der technischen Radiumverarbeitung.

Die Chininfabrik Buchler & Co. in Braunschweig sandte uns auf unsere Bitte einige 100 g Rückstände aus alten Radiumverarbeitungen. Wir möchten auch an dieser Stelle für die freundliche Unterstützung unsern besten Dank aussprechen. Die Rückstände stammen nach persönlicher Mitteilung des Herrn Prof. Giesel von Radiumverarbeitungen hochprozentiger Pechblende. Nach einigen Vorversuchen wurde das Material im Achatmörser möglichst fein pulverisiert, dann einige Milligramm Tantalsäure zugefügt und dreimal in 25 proz. *HCl* gekocht, abfiltriert, getrocknet und gewogen. Es zeigte sich, daß mehr als die Hälfte der Substanz in Lösung gegangen war. Eine oberflächliche Untersuchung der Salzsäurelösung ergab als wesentlichen Bestandteil Eisen, bzw. ähnliche Metalle und etwas seltene Erden.

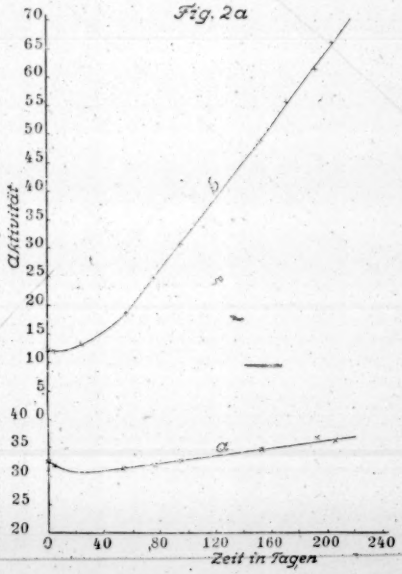
Der in *HCl* unlösliche Teil wurde nach Zusatz von einigen Milligrammen Thornitrat in derselben Weise wie früher der Kieselsäurerückstand aus der Pechblende behandelt, also wieder auf Tantal verarbeitet.

Wir haben nach dieser Methode mehrere Präparate hergestellt, und sie in den oben beschriebenen Elektroskopen auf ihre Aktivitätsänderungen untersucht. Alle zeigten das gleiche Verhalten. Die Messungen in dem offenen α-Strahlen-Elektroskop ließen zunächst eine geringe Abnahme der Aktivität erkennen, die, wie wir durch besondere Versuche feststellten, von kleinen Mengen Polonium herrührten. Aber schon nach 2 Monaten war eine deutliche, wenn auch langsame Zunahme der Aktivität bemerkbar.

Die Messungen in dem mit 0,02 mm Aluminium verschlossenen Elektroskop zeigten die anfängliche Abnahme viel weniger ausgeprägt und eine bedeutend raschere Zunahme der Aktivität. Das ist auch leicht verständlich. In dem offenen α-Elektroskop werden die α-Strahlen des Poloniums voll ausgenützt und daher muß seine Abnahme sich stärker bemerkbar machen als in dem abgeschlossenen, in welchem der größte Teil der Energie der Polonium-α-Strahlen schon außerhalb des Ionisationsraumes verbraucht wird. Die schnellere Zunahme im abgeschlossenen Elektroskop entspricht natürlich wieder dem Umstande, daß die α-Strahlen der mit dem Tantal abgetrennten neuen Substanz nicht mitgemessen werden.

Die Kurven a und b der Fig. 2a geben für eines der aus den Radiumrückständen hergestellten Präparate die Aktivitätsänderungen wieder, und zwar bezieht sich Kurve a auf die Messungen im offenen α-Strahlen-Elektroskop, Kurve b auf die Messungen im verschlossenen Elektroskop.

Fig. 2a



Beide Kurven zeigen die eben besprochene geringe anfängliche Abnahme. Die Kurve b weniger ausgeprägt als Kurve a. Die Aktivität der Kurve a besitzt zur Zeit Null einen beträchtlichen Wert entsprechend der α-Strahlung der neuen Substanz und steigt dann ganz langsam an. Der Anstieg der Kurve b geht nach Abzug der Poloniumstrahlung fast vom Werte Null an und erfolgt sehr viel rascher. Aus dem α-Anstieg kann man unter der sicher berechtigten Annahme, daß die Lebensdauer des Actiniums klein ist im Verhältnis zu der seiner Muttersubstanz, die Lebensdauer des Actiniums nach der Gleichung berechnen:

$$J_t = J_0 + k J_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Dabei bedeutet J_0 die von der Muttersubstanz allein herrührende Aktivität, also die Aktivität zur Zeit Null, k den Faktor der relativen Beteiligung der nachgebildeten α-Strahlen an der

Ionisation, λ die Zerfallskonstante des Actiniums und J_t den Wert der Aktivität zur Zeit t.

Für eine genauere Berechnung ist die Dauer unserer Messungen noch zu kurz. Eine rohe Überschlagsrechnung ergab, daß die Größenordnung des oben für die Halbierungszeit des Actiniums angegebenen Wertes stimmt.

Es wurde nun auch versucht, mit demselben Präparat den Anstieg des aktiven Niederschlags nachzuweisen. Das Präparat wurde zu diesem Zwecke auf einer geerdeten Platte von Zeit zu Zeit mehrere Stunden lang einer negativ geladenen Messingplatte gegenübergestellt und die letztere dann auf ihre Aktivität geprüft. Etwa drei Wochen nach der Herstellung des Präparats war kein aktiver Niederschlag nachzuweisen, 5 Monate danach war eine leicht meßbare Menge aktiven Niederschlags vorhanden und seither konnte die Zunahme einwandfrei verfolgt werden.

Natürlich wurde der gesammelte aktive Niederschlag auf seine zeitliche Abnahme geprüft und erwies sich dabei als reines *Ac B*.

Eine andere Probe aus demselben Ausgangsmaterial wurde auf Actiniumemanation untersucht. Anfangs war keine Emanation nachweisbar; nach Verlauf einiger Zeit konnte das allmähliche Auftreten und stetige Stärkerwerden deutlich erkannt werden.

Die dabei verwendete Methode soll weiter unten beschrieben werden.

Die vorstehenden Versuche ergaben den eindeutigen Beweis, daß wir die Muttersubstanz des Actiniums in Händen haben und daß diese eine verhältnismäßig langsame α-Strahlung aussendet. Um quantitative Messungen der Reichweite dieser Strahlen und des Ganges der Nachbildung der Emanation und des aktiven Niederschlages ausführen zu können, bedurfte es sehr viel stärkerer Präparate.

Da uns die notwendigen Mengen Ausgangsmaterial nicht zur Verfügung standen und außerdem die Verarbeitung größerer Mengen im Laboratoriumsbetrieb unter den jetzigen Verhältnissen sehr schwer vorgenommen werden kann, wandten wir uns an Herrn Prof. Giesel mit der Bitte, ob er 1 kg der Rückstände seiner Radiumherstellung nach unsern Angaben zu verarbeiten geneigt wäre. Herr Prof. Giesel hatte die große Güte, diese Arbeit für uns auszuführen und hat uns so in den Stand gesetzt, die weiter unten beschriebenen Versuche vorzunehmen. Wir möchten Herrn Prof. Giesel für sein großes Entgegenkommen und seine wertvolle Hilfe auch an dieser Stelle herzlich danken.

Die Aufarbeitung der 1-kg-Rückstände wurde nach derselben Methode vorgenommen, wie wir sie für die kleinen Mengen angewendet hatten. Vor der Behandlung mit HCl wurden 50 mg Tantalsäure zugesetzt und dann der oben beschriebene Prozeß einmal durchgeführt. Das uns von Herrn Prof. Giesel gesandte Verarbeitungsprodukt wog nur mehr 16 g. Mit diesem Produkt wurde nach Zusatz von weiteren 5 mg Tantalsäure die Flußsäure-Schwefelsäure-Verarbeitung mehrmals wiederholt. Bei der letzten Verarbeitung blieben als in HF ungelöster Rückstand einige Milligramm sehr schwach aktiver Substanz zurück. Das mit H_2SO_4 abgerauchte Tantal wurde mit starker Salpetersäure behandelt und die dabei in Lösung gegangene geringe Menge erwies sich als fast inaktiv.

Die mit dem Tantal abgeschiedene Hauptmenge, ein weißes Pulver von 73 mg Gewicht, war über 1000 mal stärker aktiv als die abgetrennten Mengen, ein Beweis, daß die gesuchte Substanz durch das angewendete Abtrennungsverfahren schon einen hohen Grad radioaktiver Reinheit erreicht hat.

Um zu sehen, wieviel mal stärker aktiv unser Präparat sei als die gleiche Gewichtsmenge Uran, wurde die α-Aktivität von 5 mg des Präparats mit der α-Aktivität einer dünnen Schicht Uranoxyd (5,7 mg) verglichen. Es ergab sich, daß, Gewicht für Gewicht gerechnet, das Tantalpräparat 46 mal stärker aktiv ist, als $Ur\,I + II$, also 92 mal stärker als $Ur\,I$. Berücksichtigt man ferner, daß nur 8 Proz. der Uranatome beim Zerfall Anlaß zur Bildung des Protactiniums geben, so entsprechen die 73 mg in ihrer Aktivität einer Menge Protactinium, die mit 86 g Uran im Gleichgewicht steht. Dabei ist vom Einfluß der Reichweiten abgesehen.

Aus diesen 73 mg wurden nun mehrere Präparate hergestellt. Etwa 25 mg wurden mit Chloroform angerührt und in möglichst gleichmäßiger dünner Schicht auf 3 Aluminiumbleche von 1,6 cm Radius aufgestrichen, und zwar auf Aluminiumblech 1 9,5 mg, auf Blech 2 6,8 mg und auf Blech 3 5,0 mg.

45 mg wurden in dünnes Seidenpapier eingehüllt und in ein kleines Chlorkalziumröhrchen gebracht, um auf Emanation geprüft zu werden.

Mit diesen Präparaten wurden nun die definitiven Reichweitemessungen, Emanations- und Niederschlagsbestimmungen ausgeführt.

Bestimmung der Reichweite der α-Strahlen des Protactiniums.

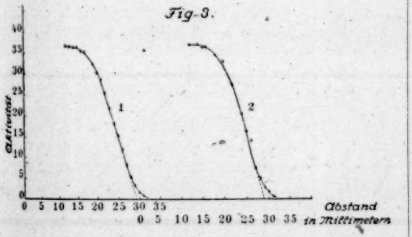
Zur Bestimmung der Reichweite diente die Methode von Bragg und Kleeman[1]), in Verbindung mit einem etwas modifizierten Wilsonschen Elektroskop. Der Kondensator bestand

1) Bragg u. Kleeman, Phil. Mag. 1904.

aus einer in eine Metallbüchse isoliert eingeführten Messingscheibe und dem Deckel der Büchse, dessen zentraler Teil entfernt und durch ein Aluminiumblättchen von 0,0039 mm Dicke ersetzt worden war. Die Höhe des Kondensators betrug etwa 2 mm. Die zu untersuchende Substanz wurde auf ein längs einer Millimeterteilung senkrecht verschiebbares Tischchen gebracht. Um schräge Strahlen nach Möglichkeit auszuschließen, wurde über die Substanz eine Bleiblende von 5 mm Höhe gebracht, die mit Löchern von 1,5—2,5 mm Radius versehen war.

Als Strahlenquelle dienten die 9,5 mg des Aluminiums 1. Das Resultat der Messung zeigt Fig. 3 Kurve 1. Als Abszissen sind die Entfernungen der Strahlenquelle vom Kondensator in Millimetern, als Ordinaten die Aktivitäten in willkürlichem Maßstab aufgetragen.

Fig. 3.



Die Kurve zeigt den typischen Verlauf der Reichweitekurven. Man sieht, daß die Ionisation bei einer Entfernung von 2,94 cm beginnt. Die jenseits dieses Abstandes noch merkbare geringe Ionisation rührt von den durchdringenderen Strahlen der Folgeprodukte her.

Da das den Kondensator abschließende Aluminiumblättchen 0,676 cm Luftstrecke äquivalent ist, so ergibt sich die tatsächliche Reichweite bei 23° C und 758,5 mm Luftdruck zu 3,616 cm. Die Reichweite R_0 bei 0° C und 760 mm Druck ist daher 3,314 cm.

Um zu sehen, ob die Schichtdicke der strahlenden Substanz auf die gefundene Reichweite noch von Einfluß ist, wurde noch eine Meßreihe mit dem Aluminium 2 ausgeführt, bei welchem auf der gleichen Fläche nur 6,4 mg Substanz aufgetragen waren.

Das Resultat der Messung ist in Kurve 2 der Fig. 3 wiedergegeben.

Die direkt gemessene Reichweite beträgt 2,88 cm. Rechnet man dazu die 0,676 cm Luft-Äquivalent des Aluminiumblättchens, so erhält man für die Reichweite 3,566 cm bei 23° C und 769 mm Druck. Daraus berechnet sich R_0 zu 3,31 cm.

Daß die beiden gefundenen Werte direkt identisch sind, ist wohl Zufall, da die verwendete Methode kaum eine größere Genauigkeit als 1—2 Proz. erwarten läßt. Jedenfalls aber zeigt die Übereinstimmung, daß ein irgendwie ins Gewicht fallender Einfluß der Schichtdicke nicht mehr vorhanden ist.

Zur Kontrolle wurde noch die Reichweite der α-Strahlen eines von Radium befreiten Ioniumpräparats bestimmt und für R_0 der Wert 2,93 cm erhalten in guter Übereinstimmung mit dem von St. Meyer, Hess und Paneth[1]) bestimmten Wert.

Die Reichweite der α-Strahlen des Protactiniums beträgt also innerhalb der durch die verwendete Meßmethode bedingten Fehlergrenzen 3,14 cm bei 0° C und 760 mm Druck.

Nach Geiger und Nuttall besteht bekanntlich zwischen der Zerfallskonstante λ eines Produkts und der Reichweite R_0 seiner α-Strahlen die Beziehung

$$\log \lambda = A + B \log R_0,$$

wobei A und B Konstanten sind. Leider sind diese Konstanten nicht so genau bestimmbar, daß man aus der Beziehung bindende Schlüsse ziehen könnte. In der Actiniumreihe ergibt sich außerdem noch die Schwierigkeit, daß entweder der Wert für $Ac\,X$ oder der für Radioactinium aus der durch die obige Beziehung dargestellten Geraden herausfällt. Nimmt man an, daß der für Radioactinium erhaltene Wert wegen der größeren Leichtigkeit seiner Bestimmung gesicherter ist als der für $Ac\,X$, so erhält man für die Konstanten die Werte

$$A = -42{,}6,\quad B = +57{,}1^2)$$

und daher

$$\log \lambda = -42{,}6 + 57{,}1 \log R_0.$$

Setzt man für R_0 den oben gefundenen Wert von 3,14 cm ein, so ergibt sich für λ der Wert $1{,}436 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{sec}^{-1}$ und daher für die Halbwertszeit des Protactiniums der Wert von rund 180000 Jahren.

Verwendet man dagegen die aus den Daten für $Ac\,X$ sich ergebenden Konstanten (die St. Meyer und E. v. Schweidler bevorzugen), so lautet die Gleichung

$$\log \lambda = -35{,}0 + 46{,}7 \log R_0$$

und die Halbwertszeit des Protactiniums berechnet sich daraus zu rund 1200 Jahren. Es ist vielleicht von Interesse zu erwähnen, daß

1) St. Meyer, V. F. Hess u. F. Paneth, Wien. Ber. **123**, 1472, 1914.

2) St. Meyer u. E. v. Schweidler, „Radioaktivität", 1916, S. 261.

St. Meyer, V. F. Hess und F. Paneth[1]) beim Actinium selbst eine außerordentlich schwache α-Strahlung beobachteten, deren Reichweite R_0 sie zu 3,38 cm bestimmten. Es scheint möglich, daß das verwendete Präparat Spuren von Protactinium enthalten hat und deren α-Strahlung gemessen wurde.

Nachweis der Emanation und des aktiven Niederschlags.

Bei der Prüfung der Nachbildung der Actiniumemanation aus dem Protactinium kam es vor allem darauf an, gut reproduzierbare Versuchsbedingungen zu wählen. Als Meßapparat diente ein gewöhnliches Emanationselektroskop, an dessen einem Zuführungsrohr das Chlorkalziumröhrchen mit den 45 mg Präparat angeschlossen war. Zwischen Präparat und Elektroskop befand sich ein Wattefilter. Die Emanation wurde durch einen konstanten, über Schwefelsäure geleiteten Luftstrom in das Elektroskop geblasen. Zur Regulierung des einer Druckluftflasche entnommenen Luftstromes diente ein eingeschalteter Rotamesser. Die Versuche wurden in der Weise ausgeführt, daß das Elektroskop auf ein bestimmtes Potential aufgeladen, dann der Luftstrom eingestellt und von einem bestimmten Teilstrich des Elektroskops an die Messung begonnen wurde. Daß die abgegebene Emanation tatsächlich reine Actiniumemanation war, ließ sich leicht nachweisen. Zur Eichung diente ein unter gleichen Bedingungen gemessenes Actiniumpräparat.

Die gefundenen Werte in willkürlichen Maßeinheiten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Als Zeit Null wurde der Tag der letzten chemischen Abtrennung gewählt.

Tabelle.

Zeit in Tagen	Aktivitäten
4	0,8
31	33,3
32	38,7
34	41,0
38	51,2
43	67,6
50	94
56	155
63	151,1
72	196
78	218
85	260

Man sieht, daß die Menge der Emanation während des ersten Monats von einem sehr kleinen Wert aus auf das mehr als Dreißigfache gestiegen ist und sich seitdem von Tag zu Tag mit Deutlichkeit verfolgen läßt.

Den Verlauf des Anstiegs zeigt die Kurve a der Fig. 4. Die anfänglich langsamere Zunahme rührt natürlich daher, daß aus dem entstandenen Actinium erst Radioactinium und Actinium X gebildet werden muß. Dann erfolgt der Anstieg gradlinig und muß entsprechend der Lebensdauer des Actiniums noch viele Jahre in derselben Weise vor sich gehen.

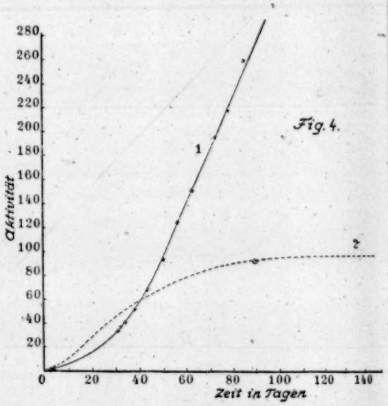


Fig. 4.

Die Kurve 1 der Fig. 4 zeigt zum Vergleich die Nachbildung der Emanation aus einem ursprünglich Radioactinium und Actinium X freien Actinium.

Schließlich wurde noch die Bildung des aktiven Niederschlags aus dem Präparat Aluminium 1 nach der früher beschriebenen Methode nachgewiesen. Die Ergebnisse zeigt die Kurve der Fig. 5.

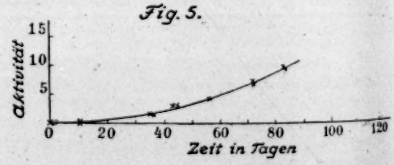


Fig. 5.

Der Charakter der Kurve ist, wie auch zu erwarten, der gleiche wie der der Emanationskurve. Die Intensität ist entsprechend dem viel schwächeren Präparat und der viel ungünstigeren Meßmethode bedeutend geringer. Immerhin ist

1) l. c.

auch hier die Menge des anfangs nicht nachweisbaren aktiven Niederschlages zwischen dem ersten und dritten Monat auf das siebenfache gestiegen.

Schlußfolgerungen.

Von den 34 bisher bekannten radioaktiven Elementen stellen im chemischen Sinn neue Elemente nur das Radium, Actinium, Polonium, die Radiumemanation und das mit dem Protactinium isotope Brevium vor. Nur diese 5 beanspruchen einen eigenen Platz im periodischen System der Elemente. Hergestellt als chemisch reine Individuen wurden bisher nur das Radium und die Radiumemanation. Beim Actinium ist die Trennung von den es begleitenden übrigen seltenen Erden so schwer, daß noch nicht einmal sein Spektrum aufgenommen werden konnte. Bei dem in 136 Tagen zur Hälfte zerfallenden Polonium scheitert die Herstellungsmöglichkeit in chemisch bearbeitbaren Mengen an der Kürze seiner Lebensdauer. Dasselbe gilt in viel stärkerem Maße von dem äußerst kurzlebigen Brevium (Halbwertszeit 1,17 Minuten). In dem Protactinium liegt jetzt ein Element vor, für das die Darstellung als neues chemisches Individuum und die Bestimmung von Spektrum und Atomgewicht bei Verarbeitung genügender Mengen Rückstände voraussichtlich gelingen muß.

Will man zu einer Schätzung gelangen, welche Gewichtsmengen aus gegebenen Mengen Uranmineralien sich gewinnen lassen, so muß man wissen, wieviel Prozente Uran bei seinem dualen Zerfall sich in die Actiniumreihe verwandeln, und wie groß die Lebensdauer des Protactiniums ist, da die im Gleichgewicht stehenden Gewichtsmengen zweier radioaktiver Substanzen sich wie ihre Halbwertszeiten verhalten. Den Prozentsatz kann man, wie schon weiter oben angegeben wurde, zu ungefähr 8 Proz. ansetzen. Über die Halbwertszeit des Protactiniums läßt sich aber aus den Reichweitebestimmungen bisher nur sagen, daß sie mindestens 1200 und höchstens 180000 Jahre sein kann.

Nimmt man den kleineren Wert als richtig an, so entsprächen, da die Halbwertszeit des Urans $5 \cdot 10^9$ Jahre beträgt, 1 mg Protactinium $\frac{5 \cdot 10^9}{1200 \cdot 0{,}08}$ mg Uran, d. i. rund 50 kg Uran.

Wählt man den größeren Wert von 180000 Jahren, so ergibt sich, daß 1 mg Protactinium in rund 330 g Uran enthalten sein muß. Vergleicht man mit Radium, so ergibt sich, daß aus den gleichen Uranmengen, aus denen 1 g *Ra* gewonnen werden kann, im ersteren Fall 60 mg Protactinium, im letzteren Fall 9 g Protactinium zu gewinnen wären.

Man sieht aus dieser Berechnung, daß die hier beschriebenen Präparate naturgemäß noch sehr verdünnt sind, vermutlich zum weitaus größten Teil durch Erdsäuren. Eine Trennung von diesen ist noch nicht versucht worden. Wir hoffen aber derartige Trennungsversuche ausführen zu können, sobald die äußeren Umstände die Verarbeitung größerer Mengen von Uran-Radiumrückständen erlauben. Gelingen diese, so könnte an eine Bestimmung des Spektrums und Atomgewichts gegangen werden.

Die Kenntnis des Atomgewichts ist auch vom radioaktiven Standpunkt aus wichtig. Wie in der Einleitung dieser Arbeit auseinandergesetzt wurde, entsteht das Protactinium höchstwahrscheinlich über das Uran *Y* aus dem Uran. Unentschieden bleibt dabei aber, ob die Abzweigung beim Uran *I* oder beim Uran *II* stattfindet. Im ersten Fall müßte das Atomgewicht des Protactiniums 234, das des Actiniums daher 230 sein, im zweiten Fall müßten die beiden Atomgewichte um je 4 Einheiten kleiner sein.

Nach der von K. Fajans[1]) angegebenen experimentellen Beziehung zwischen Lebensdauer und Atomgewicht isotoper Elemente ist der wahrscheinlichere Wert des Atomgewichts für das Radioactinium und damit auch das Actinium 226. Daraus würde sich ergeben, daß die Abzweigung der Actiniumreihe beim Uran *II* stattfindet. Daher hat folgendes Schema den größten Anspruch auf Wahrscheinlichkeit.

$$Ur\,I \xrightarrow{\alpha} Ur\,X_1 \xrightarrow{\beta} Ur\,X_2 \xrightarrow{\beta} Ur\,II \begin{cases} \xrightarrow{\alpha} Io \xrightarrow{\alpha} Ra \xrightarrow{\alpha} Em \text{ usw.} \\ \xrightarrow{\alpha} Ur\,Y \xrightarrow{\beta} Prot\,Ac \xrightarrow{\alpha} Ac \xrightarrow{\beta} Rd\,Ac \text{ usw.} \end{cases}$$

Die Herstellung starker Protactiniumpräparate würde auch die Möglichkeit bieten, Actinium in reinerem Zustande als bisher ohne Schwierigkeit zu gewinnen. Es bedürfte nur der leicht auszuführenden Abtrennung des Actiniums aus gealtertem Protactinium, etwa wie heute Radiothor aus gealtertem Mesothor hergestellt wird. Schon heute bieten vielleicht alte Uranrückstände ein nicht zu unterschätzendes Ausgangsmaterial zur Darstellung von Actinium, da in diesen Rückständen Erden nur noch in geringem Betrage vorhanden sind.

1) K. Fajans, diese Zeitschr. 14, 951, 1913.

In radioaktiver Hinsicht stellt das Protactinium eine Substanz vor, deren α-Strahlung im Laufe einiger Menschenalter auf das mehr als Sechsfache ansteigt und dann wie beim Radium praktisch konstant bleibt. Das gleiche gilt von der durchdringenden Strahlung; nur daß diese, da sie nur von den Zerfallsprodukten des Actiniums herrührt, von Null an ansteigt.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die bisher hypothetische Muttersubstanz des Actiniums wurde aufgefunden und in radioaktiv reinem Zustande an Erdsäuren konzentriert hergestellt. Sie ist ein höheres Homologes des Tantals.

2. Sie sendet α-Strahlen vom Durchdringungsbereich 3,14 cm aus.

3. Die Halbwertszeit beträgt mindestens 1200 und höchstens 180000 Jahre.

4. Die Nachbildung des Actiniums wurde bewiesen
   a) durch Aufnahme von α-Strahlenkurven,
   b) durch die Messung der Actiniumemanation, deren Zunahme sich seit Monaten von Tag zu Tag verfolgen läßt,
   c) durch den aktiven Niederschlag, den wir in wachsenden Mengen an negativ geladenen Platten sammeln konnten.

5. Außerdem wurde der Curiesche Wert für die Halbwertszeit des Actiniums bestätigt.

6. Für das neue radioaktive Element wurde der Name Protactinium gewählt.

Kaiser Wilhelm-Institut für Chemie. Berlin-Dahlem.

(Eingegangen 16. März 1918.)

Notiz über die Ordnung in Zufallsreihen.

Von Erwin Schrödinger.

In einem kürzlich in dieser Zeitschrift erschienenen Aufsatze[1]) macht Frl. Podjed von einer statistischen Beziehung, die M. v. Smoluchowski für die Veränderlichkeit der Zahl der Kolloidpartikel in einem (optisch) abgegrenzten Teil eines größeren Lösungsvolumens aufgestellt hat[2]), eine interessante Anwendung auf eine bevölkerungsstatistische Zahlenreihe. Es handelt sich um die Beziehung

$$n^* - n' = (n^* - \nu)\,P. \qquad (1)$$

Darin bedeutet: ν die durchschnittliche Teilchenzahl (im allg. nicht ganzzahlig), n^* eine beliebige fürgewählte Teilchenzahl (ganzzahlig), n' ist jene Teilchenzahl, welche in einem besonderen Fall auf die Zahl n^* folgt, und zwar nach der (ein für allemal festgewählten) Beobachtungszeit τ. Der durch den Querstrich angedeutete Mittelwert ist zu bilden über eine sehr große Anzahl von Versuchen, die alle „von n^* ausgehen", also bei festem n^* über alle auftretenden Folgezahlen n'. Der Proportionalitätsfaktor P ist nach Smoluchowski identisch mit der Wahrscheinlichkeit, ein individuelles Partikel, das sich zu Anfang eines Intervalls τ in dem Raumteil aufhielt, am Ende desselben nicht mehr darin anzutreffen. P ist also grundsätzlich ein echter Bruch, der sich allerdings, wenn man τ größer und größer wählt, asymptotisch der Einheit nähern muß. Denn für große τ kann ja die Wahrscheinlichkeit der Folgezahl n' durch die Kenntnis der Anfangszahl n^* nicht mehr tangiert werden, also ist einfach

$$n^* - n' = n^* - \nu. \qquad (2)$$

Die Beziehung (1) findet unmittelbare Anwendung auf Versuchsreihen The Svedbergs u. a., welche in äquidistanten Zeitpunkten fortlaufend die Teilchenzahlen notierten. Sucht man aus einer solchen Reihe zunächst alle n^* heraus und achtet auf die nachfolgenden n', so ergibt sich aus einer solchen Gruppe von Paaren (die zu einem n^* gehören) der Wert von P und aus mehreren oder der Gesamtheit der Gruppen eine Kontrolle der Beziehung, da alle Gruppen das nämliche P liefern müssen ($n^* - n'$ muß als Funktion von n^* eine Gerade mit der Neigung arc tg P sein, welche die n^*-Achse bei $n^* = \nu$ schneidet). —

In dem eingangs zitierten Aufsatz wendet nun Frl. Podjed die Beziehung (1) auf eine ganz andersartige Zahlenreihe an, und zwar auf die Relativzahlen der Mädchengeburten eines bestimmten Gebietes in 396 aufeinanderfolgenden Monaten (Promille der gesamten Geburtenziffer des betreffenden Monats, also Zahlen nahe bei 500). Dabei scheint mir, über den zweifellos bestehenden Analogien der beiden Zahlenreihen, ein sehr tiefgreifender Unterschied nicht ganz so scharf betont, als seiner Wichtigkeit für das volle, von Smoluchowski eröffnete Verständnis der Svedbergschen Versuche entspricht.

Die Smoluchowskische Beziehung (1) bringt die in Wahrheit bestehende Ordnung der nur scheinbar völlig ungeordneten Svedbergschen Zahlenreihe ans Licht; und das hängt gerade daran, daß hier $P < 1$ ist! Eine Zahlenreihe, welche der Beziehung (1) mit $P < 1$

1) A. Podjed, diese Zeitschr. 19, 39, 1918.
2) M. v. Smoluchowski, Wien. Ber. (2a) 123, 2386ff., 1914; diese Zeitschr. 17, 562, 1916.

genügt, verliert diese Eigenschaft durch „Umrühren" (etwa wenn man die Zahlen auf Kartonblättchen schreibt, durcheinandermischt und in beliebiger Reihenfolge neu auflegt). Sie verwandelt sich dabei mit großer Wahrscheinlichkeit in eine Reihe mit $P = 1$.

Wenn dagegen für eine Reihe von Zahlen Gleichung (1) mit $P = 1$ gilt, so ist das eine Gesetzmäßigkeit, die trotz oder, besser gesagt, wegen der völligen Ungeordnetheit der Reihe besteht. Eine solche Reihe ist gegen Umrühren „unempfindlich". Daß in ihr auf eine extrem unwahrscheinliche, sagen wir abnorm große Zahl fast immer eine wahrscheinlichere, dem Mittelwert ν näher liegende Zahl folgt, liegt nur daran, daß Zahlen nahe dem Mittelwert die relativ häufigsten sind, und zwar umso häufiger, je näher sie dem Mittelwert liegen. Ein Einfluß von n^* auf die Folgezahl n' besteht nicht. Der Mittelwert der Folgezahlen n' ist für alle n^* der gleiche, nämlich gleich dem Generalmittel ν.

Das Charakteristische einer Reihe mit $P < 1$ liegt aber gerade darin, daß auf eine, sagen wir, übermittelgroße Zahl ($n^* > \nu$) Zahlen (n') folgen, die im Mittel immer noch — allerdings in gesetzmäßiger Weise weniger hoch — über dem Generalmittel ν liegen[1]): es besteht Wahrscheinlichkeitsnachwirkung; die mittlere Abnahme „von n^* aus" ist kleiner, und zwar ein bestimmter Bruchteil P des Überschusses der Zahl n^* über den Durchschnitt ν (für $n^* > \nu$ gesprochen; für $n^* < \nu$ gilt das Entsprechende)[2]).

Zwischen Zahlenreihen von der Eigenschaft $P < 1$ und Reihen des Grenzfalles $P = 1$ besteht nach dem Gesagten ein ganz grundsätzlicher Unterschied. Ja man wird den Wert von P, der sich aus einer empirischen Zahlenreihe ergibt, geradezu als Prüfstein ihrer „Geordnetheit" ansehen dürfen, natürlich innerhalb der Genauigkeitsgrenze, mit der ein solcher Begriff für endliche Reihen überhaupt festgelegt werden kann. $P < 1$ weist auf „partielle Geordnetheit" hin, $P = 1$ auf völlige Ungeordnetheit. Dies scheint mir eine für den Physiker wie für den Statistiker wichtige und praktisch verwertbare Bemerkung, die sich aus den Überlegungen Smoluchowskis ganz unmittelbar ergibt. —

Was nun im besonderen die geburtenstatistische Zahlenreihe anlangt, so hebt Frl. Podjed mit Recht hervor, daß hier eine Abhängigkeit (der Mädchenpromille aufeinanderfolgender Monate) von vornherein nicht zu erwarten ist, demnach theoretisch $P = 1$ sein sollte. Dagegen liefert Mittelbildung über die verschiedenen empirischen P-Werte: $P = 0{,}9$.

Diese immerhin erhebliche Unterschreitung würde auf merkliche Geordnetheit bzw. Abhängigkeit hindeuten und wäre darum für den Bevölkerungsstatistiker von einigem Interesse. Sie scheint jedoch nicht reell, sondern zufällig dadurch entstanden zu sein, daß die Art der Mittelbildung allen n^*-Gruppen, auch den gliederärmeren und daher minder zuverlässigen, das gleiche Gewicht beilegt, wodurch ein größerer Fehler auftritt als dem Umfang des verwendeten Zahlenmaterials entspricht.

Zuverlässiger ist der Wert, der sich aus der graphischen Darstellung ablesen läßt (l. c. S. 42; es ist $n' - n^*$ als Funktion von n^* aufgetragen). Und da zeigt sich, daß die von Frl. Podjed den empirischen Punkten angeschmiegte Gerade fast genau unter 45^0 gegen die Achsen geneigt ist (ich messe an der Reproduktion den Richtungsfaktor

$$P = \frac{14{,}1}{14{,}3} = 0{,}986\,;$$

die Abweichung liegt augenscheinlich völlig innerhalb der Fehlergrenze). Die geburtenstatistische Reihe erweist sich also, wie erwartet, als streng ungeordnet und wäre mit einer Diffusionsreihe von so großem Beobachtungsintervall τ in Parallele zu setzen, daß die Wahrscheinlichkeitsnachwirkung praktisch unmerklich ist. —

Beiläufig sei daran erinnert, daß auch in der Physik Zufallsreihen auftreten, welche — soweit unsere bisherige Erfahrung reicht — von Haus aus ein derart streng ungeordnetes Verhalten zeigen: beispielsweise die Zahlen der α-Partikel, welche in gleichen Zeitintervallen von einem (merklich konstanten) Ra-Präparat in einen bestimmten Raumwinkel emittiert werden[1]). Anderseits ließen sich viele bevölkerungsstatistische Reihen aufzeigen, in denen wirkliche partielle Geordnetheit, Wahrscheinlichkeitsnachwirkung aufeinanderfolgender Glieder, besteht: etwa

1) Aus (1) folgt

$$\overline{n'} = \nu + (n^* - \nu)(1 - P)$$

und das ist, für $P < 1$, $\gtrless \nu$ je nachdem $n^* \gtrless \nu$.

2) Die strengen Gesetze dieser Wahrscheinlichkeitsnachwirkung sind übrigens — trotzdem sie zu so einfachen Mittelwertsbeziehungen führen — im Falle der Diffusionsreihen äußerst verwickelt: man vgl. die Bemerkung M. v. Smoluchowskis l. c. S. 2399 oben, ferner Wien. Ber. (2a) **124**, 359 ff., 1915.

1) Man vgl. bes. E. Marsden u. T. Baratt, Proc. Lond. Phys. Soc. **23**, 1911: L. v. Bortkiewicz, Die radioaktive Strahlung als Gegenstand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen, S. 3 ff. Berlin, J. Springer 1913.

die Promille weiblicher Bewohner bei aquidistanten Volkszählungen u. dgl.

Andere ähnliche Fälle könnten vielleicht eine Illustration des Verhaltens konzentrierterer Lösungen abgeben. (Smoluchowski setzt bei diesen Untersuchungen stets den „idealen Gaszustand" voraus, oder mit andern Worten, daß die Bewegung jedes Teilchens ganz unabhängig von der der übrigen erfolgt.) Z. B. würde sich zweifellos eine Art „van der Waalsscher Kohäsion" bemerkbar machen, wenn man statt der Promille weiblicher Bewohner die Promille Infektionskranker in äquidistanten Zeitpunkten notierte. Dagegen ließe sich bei entsprechender Registrierung etwa der „Zahl der Schneider pro Kopf der Bevölkerung" wahrscheinlich — wegen der wechselseitigen Behinderung durch Konkurrenz — eine Parallele ziehen zu Abstoßungskräften zwischen den Teilchen oder zu deren, nicht mehr vernachlässigbarem, Eigenvolum.

Zu beachten ist übrigens bei derartigen statistischen Untersuchungen, daß die Reduktion auf konstante Bevölkerungsziffer nur von relativ kleinen Veränderungen der letzteren befreit. Werden sie beträchtlich, so erhält man trotzdem eine „inhomogene" Reihe, und zwar wegen der bekannten Abhängigkeit der Schwankungsgröße von der absoluten Zahl der Einzelfälle.

Wien, II. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 16. März 1918.)

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1918.

Technische Hochschule München.

Zenneck (i. V. Fischer): Experimentalphysik II: Magnetostatik, Elektrostatik, elektrische Strömung, veränderliches elektromagnetisches Feld, Elektrooptik, 4; Physikalisches Praktikum, 4 oder 8. — **Zenneck** (i. V. Emden): Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, 12—30. — **Fischer**: Grundzüge der Physik II: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 3; Apparate und Methoden des physikalischen Unterrichts II: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 3; Praktisch-physikalische Übungen: Aufbau und Handhabung von Apparaten, 4; Einführung in die wissenschaftlichen Arbeitsmethoden der Physik, 8—30; Elemente der theoretischen Physik: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 4; Schwingungs- und Wellenlehre, 3. — **Knoblauch**: Technische Meßmethoden, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Vereinbarung. — **Emden**: Aerodynamik und Anwendung derselben auf flugtechnische Probleme, 3. — **Dieckmann**: Drahtlose Telegraphie, 2; Elektrische und magnetische Probleme der Luftfahrt, 1; Hochfrequenzmeßtechnik, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen aus dem Gebiete der angewandten Physik, nach Vereinbarung. — **von und zu Aufseß**: Populäre Astrophysik II, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik, 2, Übungen, 2, Praktikum: Meßtechnische Übungen, 2; Elektrotechnik für Maschineningenieure, 3; Elektrische Meßtechnik I, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 4 und 2, für Vorgeschrittene, nach Vereinbarung. — **N. N.**: Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Ossanna**: Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen III: Transformatoren und Asynchronmotoren, 4; Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 4 und 2; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4; Entwerfen von Wechselstrom-Kommutatormotoren, 4. — **Kadrnozka**: Elektrische Anlagen I: Verwertung elektrischer Arbeit: Elektrische Beleuchtung, 3. II: Erzeugung und Verteilung elektrischer Arbeit, 2, Übungen: Entwerfen elektrischer Anlagen, 4. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie I, Praktische Übungen, 3. —

Manchot: Allgemeine Experimentalchemie, einschließlich der Grundzüge der organischen Chemie, 5; Unorganisches und analytisch-chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgerücktere, 10, 20 oder 30; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im Unorganischen Laboratorium, nach Vereinbarung. — **Wieland**: Organische Chemie, 5; Chemisches Praktikum im Organischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Albert**: Die Arsenikalien und ihre Bedeutung für die Pharmazie, 1. — **Rohde**: Chemie der hydroaromatischen Verbindungen, 2. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse I, 4; Die elektrochemischen Prozesse, 2; Praktikum im Elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30; Praktikum in der technischen Gasanalyse, 3. — **Schultz**: Chemische Technologie III: Chemische Großindustrie, 2, IV: Mörtelmaterialien, Glas und Tonwaren, 2; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, nach Vereinbarung; Chemisch-technische Übungen: Chemisch-technische Analyse, Färberei, 4; Chemisches Praktikum für Zoll- und Steuerbeamte, 3. — **Braß**: Ausgewählte Teile der Farbstoffchemie, 1. — **Lintner**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gärungschemisches Praktikum nebst Übungen in der Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, nach Vereinbarung bis 30; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im Gärungschemischen Laboratorium, nach Vereinbarung bis 30; Grundzüge der organischen Chemie und Einführung in die Technologie und Warenkunde mit besonderer Berücksichtigung der Gärungsgewerbe, 4. —

Faber: Höhere Mathematik II, 6, Übungen, 2; Mathematisches Seminar: Kolloquium (mit v. Dyck, Finsterwalder und Liebmann), 2. — **v. Dyck**: Höhere Mathematik IV, 2, Übungen, 2; Algebra, 4. — **Doehlemann**: Grundzüge der höheren Mathematik II, 4, Übungen, 2; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Theorie der geometrischen Konstruktionen, 4, Übungen, 1. — **Liebmann**: Variationsrechnung, 3; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, 1. — **Finsterwalder**: Konforme Abbildung mit graphischen Übungen, 2; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4. — **Lagally**: Dreifach orthogonale Flächensysteme, 2. — **Schmidt**: Vermessungskunde II, 4, Praktikum 4; Hauptvermessungsübungen, 2 Wochen. — **Großmann**: Elemente der Astronomie, 2. — **Föppl**: Technische Mechanik einschließlich der Elemente der graphischen Statik und der analytischen Mechanik I: Einführung in die Mechanik, 4, IV: Dynamik, 3, Übungen, 2; Praktikum im Mechanisch-technischen Laboratorium, 2. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl. — **Konen**: Theorie der Wärme, 4; Seminar für theoretische Physik, 2 *g*. Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate, 3. —

Schenck: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum (mit Ley), tägl. außer Sonnabend; für Medi-

ziner (mit Kaßner und Ley), 4. — **Ley**: Organische Chemie II (Experimentalvorlesung), 3. — **Ott**: Analytische Chemie II: Quantitative Analyse, 1. — **Glund**: Chemie der Kohle, 1. — **Kaßner**: Über Gifte und deren Nachweis in Untersuchungsobjekten, 1 *g*; Organische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Kolloquium, über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des deutschen Arzneibuches, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, mit besonderer Berücksichtigung der Glasindustrie und Keramik, 1; Pharmazeutisch-chemische, maßanalytische und toxikologische Übungen im Laboratorium, Darstellung chemischer Präparate, für Vorgerücktere Anleitung zur Bearbeitung wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, tägl. außer Sonnabend. — **Bömer**: Allgemeine Nahrungsmittelchemie und Analyse, 2; Chemie und Analyse der Gebrauchsgegenstände, 1 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der angewandten Chemie, für Fortgeschrittene (mit König), tägl. *g*. —

Killing: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 1 *g*; Synthetische Geometrie, 2; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **v. Lilienthal**: Differentialgleichungen mit Übungen, 4; Analytische Geometrie der Ebene mit Übungen, 4; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*. — **Geilen**: Potentialtheorie, 2; Graphische Methoden, 2. — **Plaßmann**: Das Sonnensystem, 2 *g*; Zeit- und Ortsbestimmung, 2; Über Beobachtung und Theorie der veränderlichen Sterne, nach Vereinbarung; Übungen im Beobachten und Rechnen, nach Vereinbarung, *g*. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Experimentalphysik: Elektrostatik, Stationäre Elektrizitätsströmungen, Magnetische Wirkungen des elektrischen Stromes, Magnetische Induktion, 5, für Kulturingenieure und Geodäten, 3; Thermodynamik, 3; Physikalisches Praktikum, 6. — **Niethammer**: Allgemeine Elektrotechnik, 3; Ausgewählte Kapitel der Wechselstrom-Elektrotechnik, 2. —

Hönigschmid: Anorganische Chemie, 4; Analytische Chemie, anorganisch-quantitativ, 2; Übungen im anorganisch-chemischen und analytischen Laboratorium I und II, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, tägl. außer Sonnabend. — **Wenzel**: Organische Chemie, 5; Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung: II. und III. Gruppe des periodischen Systems, 2; Die wissenschaftlichen Grundlagen der Maßanalyse, 1; Physikalische Chemie III: Photochemie, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 15; Elektrochemische Prozesse der Industrie, 3, Übungen, 4. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe II, 6; Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, 4; Übungen im anorganisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend.* — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe II, 6½; Übungen im organisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Harpf**: Technologie des Schwefeldioxyds, 1. — **v. Gintl**: Praktische Übungen in der Ausführung von Heizgasuntersuchungen, 1; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel und Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsgegenständen, 3, Übungen, 8; Gasanalyse mit praktischen Übungen, 1; Gerichtlich-chemische Untersuchungen mit Demonstrationen, 1. — **Außerwinkler**: Photographie, 1, Übungen, 4, Photographisches Laboratorium, 4. — **Herzog**: Technische Mykologie, Übungen, 6; Agrikulturchemische Arbeitsmethoden, 1; Biochemische Analyse, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl.; Agrikulturchemie, 3. — **Siegmund**: Die Enzyme und ihre Bedeutung, 1; Chemie der Düngemittel, 1; Die Verunreinigung der Gewässer, des Bodens und der Luft durch Abwässer, Rauchgase und Staub, 2. —

Carda: Mathematik I, 4, Übungen, 2; Elemente der höheren Mathematik, 2, Übungen, 1. — **N. N.**: Mathematik II, 4, Übungen, 2, für Handelslehrkandidaten, 3; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, 2. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 3, IIa, 1, IIb, 2; Politische Arithmetik, 2. — **Mack**: Darstellende Geometrie, 2, Konstruktive Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel aus der darstellenden und projektiven Geometrie, 5. — **Grünwald**: Ausgewählte Abschnitte aus der Bewegungslehre starrer Körper, 2. — **Pöschl**: Allgemeine Mechanik, 4, Übungen, 1, Graphische Übungen, 2; Hydromechanik, 3, Übungen, 1; Besondere Probleme aus dem Gesamtgebiete der Mechanik, 2. — **Haerpfer**: Elemente der niederen Geodäsie, Übungen, 4; Theorie der Kartenprojektionen, 1; Die Nomographie in der Geodäsie, 1. — **Adamczik**: Niedere Geodäsie, 4½, Übungen, 6½, Grundzüge der sphärischen Astronomie, 3, Übungen, 2; Anwendungen der Geodäsie auf Kulturtechnik, 2, Übungen, 2; Geodätisches Rechnen I, 2, II, 2. —

Universität Straßburg.

N.N.: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen, 5 oder 10; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Cohn**: Experimentalphysik II: Elektrizität, Optik, 5; Ausgewählte Abschnitte der theoretischen Physik, nach Vereinbarung; Physikalische Übungen, 5; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten. — **Rohmann**: Kinetische Gastheorie, 2. — **Hecker**: Die Arbeitsmethoden der Erdbebenforschung, 1. —

N.N.: Allgemeine Experimentalchemie, organischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl. außer Sonnabend. — **Rose**: Chemische Technologie der schweren Metalle, 3; Die häufiger gebrauchten Mineralfarben, 1 *g*. — **Wedekind**: Theoretische und physikalische Chemie I, 3; Einführung in die Kolloidchemie und ihre Anwendungen, 1; Gasanalyse (Praktikum mit theoretischer Einleitung), 2½; Physikochemisches und elektrochemisches Praktikum, 4½. — **Straus**: Benzolderivate, 4. — **Kreutz**: Chemie und Technologie des Weines und Schaumweines, 1. — **Ruggli**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Weitz**: Neuere Forschungen aus der anorganischen und physikalischen Chemie, 1; Einführung in die chemische Thermodynamik, 1. — **N. N.**: Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie, 5; Arbeiten im Laboratorium des pharmazeutischen Instituts, tägl.; Pharmakognostisch-mikroskopische Übungen, 3. —

Schur: Algebraische Gleichungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Differentialgeometrie, 2; Theorie der Flächen zweiten Grades, 2; Übungen des mathematischen Seminars, 1½. — **Wellstein**: Infinitesimalrechnung II, 4; Darstellende Geometrie, 2. — **Epstein**: Determinanten mit Anwendungen auf Algebra und Geometrie, 3. — **Bauschinger**: Sphärische Astronomie, 4, Übungen, 2. — **Wirtz**: Einführung in die Theorie der Mondbewegung, 1. —

Technische Hochschule Stuttgart.

v. Koch: Experimentalphysik: Elektromagnetismus, Induktion, Akustik, Optik, Elektrooptik, 4; Theoretische Physik (als Einleitung: Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik), 2; Physikalisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Handfertigkeitspraktikum in Physik für Vorgeschrittene, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie: Ausgewählte Kapitel, 1. — **Veesenmeyer**: Grundlagen der Elektrotechnik: Konstruktionen und Anlagen, 1, Übungen, 1; Elektrotechnische Konstruktionselemente, 1, Übungen, 6; Dynamobau I, Seminar, 1, Übungen, 6, II, 2; Elektrische Apparate, 1; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen, 8; Projektieren elektrischer Anlagen, 1,

Übungen, 4. — **Emde**: Gleichstromtechnik I, 2, Übungen, 8, II, 2, Übungen, 4. — **Herrmann**: Elektrische Meßinstrumente und Meßmethoden I, 1, Übungen, 8, II, 1, Übungen, 4; Schwachstromtechnik II, 2, Übungen, 4; Drahtlose Telegraphie, 2, Übungen, 4. —

Gutbier: Technische Chemie I: Anorganisch-chemische Großindustrie, 4; Übungen im Laboratorium für anorganische Chemie und anorganisch-chemische Technologie (mit Schmidt), tägl. außer Sonnabend. — **Küster**: Organische Experimentalchemie, 5; Pharmazeutische Chemie, Organischer Teil, 2; Toxikologie, 1; Übungen im Laboratorium für organische Chemie, organisch-chemische Technologie und Pharmazie (mit Bauer und Herrmann), tägl. außer Sonnabend. — **Grube**: Physikalische Chemie, 3; Metallurgie, mit Ausschluß der Eisenhüttenkunde, 1; Übungen im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie (mit Dulk), tägl. außer Sonnabend. — **Kauffmann**: Farbenchemie, unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2; Chemische Tagesfragen aus Wissenschaft und Technik, mit Exkursionen, 1. — **J. Schmidt**: Analytische Chemie, 2; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 2. —

Haller: Trigonometrische Übungen, 2. — **Kutta**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 2. — **Wölffing**: Krümmungstheorie, 3; Variationsrechnung, 1 *g*; Substitutionsgruppen mit Anwendungen auf Gleichungen, 1 *g*. — **Mehmke**: Darstellende Geometrie (mit Stübler) I, 3, Übungen, 4, II, 1, Übungen, 2; Punktrechnung (mit Stübler), 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 1. — **Stübler**: Mathematische Geographie, mit Übungen, 2. — **Kommerell**: Zahlentheorie, 2. — **Roth**: Perspektive, 2. — **Kriemler**: Technische Mechanik: Dynamik und Hydraulik, 6, Übungen, 6, Statik, einschließlich der Elemente der graphischen Statik, Übungen, 2. — **v. Hammer**: Praktische Geometrie II: Vermessungskunde, 5, Messungsübungen, 12, Ausarbeitung der Messungen, 2; Geodätische Schlußübungen, 12tägig; Übungen zur höheren Geodäsie, 2; Übungen in praktischer Geometrie (mit Heer), 8. — **N. N.**: Aerostatik und Aerodynamik, 2. — **A. Baumann**: Flugzeuge und ihre konstruktiven Einzelheiten, 2; Ausführliche Behandlung wichtiger Fragen des Kraftfahrzeugbaues, 2; Motoren für Land-, Wasser- und Luftfahrzeuge, 2. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Mechanik, Optik, 5; Physikalische Übungen, für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **Füchtbauer**: Maxwellsche Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, mit Übungen, nach Vereinbarung. —

Wislicenus: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl.: a) Analytisch-chemisches Praktikum (mit Bülow und Weinland), b) Chemisch-pharmazeutisches Praktikum (mit Weinland), c) Präparative Arbeiten (mit Kliegl), d) Physikalisch-chemisches Praktikum (mit Magnus), 1 Vormittag, e) Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Untersuchungen (mit Bülow, Weinland, Kliegl, Magnus, Wislicenus). — **Thierfelder**: Physiologische Chemie der Kohlenhydrate, Fette und Eiweißstoffe, 2; Physiologisch-chemisches Praktikum als Ergänzung des physiologischen Praktikums, 2; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative Analyse und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow**: Analytische Chemie II, auch für Anfänger, mit besonderer Berücksichtigung der praktischen Arbeiten im Chemischen Laboratorium, $2^1/_4$; Aromatische Chemie des Benzols und der mehrkernigen karbozyklischen Verbindungen, 2. — **Weinland**: Chemie der Arzneimittel, organischer Teil, $2^1/_4$; Maßanalyse, $^3/_4$; Metallurgie, $^3/_4$. — **Kliegl**: Zyklische Verbindungen I: Einkernige Benzolderivate, 3. — **Magnus**: Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1. — **Brigl**: Fermente und ihre Wirkung, 1. —

v. Brill: Mechanik, 5; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer**: Funktionentheorie, 3; Partielle Differentialgleichungen, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **König**: Niedere Analysis, 4; Höhere Geodäsie mit Anwendungen auf die Kartographie, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 1. — **Happel**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1; Synthetische Geometrie, 2, Übungen, 1. — **Rosenberg**: Sphärische Astronomie, 2, Übungen, 2; Leitung selbständiger astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner II, 5; Anleitung für wissenschaftliche Arbeiten, tägl. — **Franz Exner**: Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Meyer**: Theorie des radioaktiven Zerfalls, 2; Besprechung neuerer physikalischer Arbeiten (mit Ehrenhaft), 1 *g*; Anleitung zu radioaktiven Messungen (mit Heß), 3. — **Ehrenhaft**: Grundzüge der Thermodynamik, 5. — **Haschek**: Über die Grenzen der physikalischen Beobachtungen, 1. — **Heß**: Theorie der Wärmeleitung mit Anwendungen auf geologische und technische Probleme, 2. — **Sirk**: Einführung in die kinetische Gastheorie, 2, Übungen, 1. — **Thirring**: Röntgeninterferenzen und Kristallstruktur, 2. — **Flamm**: Einsteinsche Gravitationstheorie, 2. — **Kottler**: Elastizitätstheorie und Anwendungen, 1. — **Felix Exner**: Klimatologie und Wetterkunde, 3. — **Defant**: Das solare Klima, 1. — **Schmidt**: Ausgewählte Kapitel aus der Dynamik der Luft- und Wasserhülle der Erde, 1. — **Hinterberger**: Photographisches Praktikum, 6 Wochen; Praktischer Kurs über Mikrophotographie, 20. —

Wegscheider: Theoretische und physikalische Chemie I, 5; Chemische Übungen für Philosophen, tägl. außer Sonnabend; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene, tägl. — **Schlenk**: Chemie II: Organische Chemie, für Philosophen, Mediziner und Pharmazeuten, 5; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, tägl. — **Herzig**: Pharmazeutische Chemie, 5; Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Pollak**: Chemische Technologie: Organische Farbstoffe und ihre Anwendungen II, 2; Übungen über ausgewählte Kapitel der pharmazeutischen Chemie, 4. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Analytische Chemie II: Maß- und Gewichtsanalyse, 2. — **M. Kohn**: Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Vortmann**: Chemische Übungen für Anfänger, halb- und ganztägig. — **Abel**: Phasenlehre, 1. — **Zerner**: Kohlehydrate, Polyosen, 1. — **Klemenc**: Repetitorium der analytischen Chemie für Pharmazeuten, 2; Thermodynamik technischer Gasreaktionen, 1. —

v. Escherich: Funktionentheorie (Fortsetzung), 5; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*. — **Wirtinger**: Funktionentheorie, 5; Elementarmathematik mit Übungen, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar, 1 *g*. — **Furtwängler**: Algebra II, 5; Elementarmathematik, 1 *g*; Proseminar, 1 *g*; Seminar, 2 *g*. — **Oppenheim**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3; Die periodischen Bahnen im Dreikörperproblem, 3; Stellarastronomie: Über die Verteilung der Sterne im Raume, 2. — **G. Kohn**: Analytische Geometrie (Fortsetzung), 4, Übungen, 1 *g*; Ebene algebraische Kurven, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik II: Öffentliche und private Versicherung, 5, Übungen, $1^1/_2$ *g*. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik II, 3. — **v. Schrutka**: Lineare Vektorfunktionen mit Anwendungen auf Geometrie und Physik, 3, eventl.: Numerisches Rechnen, 3. — **Roth**: Hyperelliptische Integrale, 2. — **Groß**: Kurs am mathematischen Seminar: Darstellende Geometrie, 3 *g*; Differentialgleichungen, 3; Funktionen-

theorie (Fortsetzung), Übungen. — **Radon**: Besselsche Funktionen, 2. — **v. Hepperger**: Astrophysik, 4. —

Technische Hochschule Wien.

Jäger: Physik für Bauingenieure, 3; Ausgewählte Kapitel der Physik, 2. — **Mache**: Physik für Maschinenbauer und technische Chemiker: Wärmelehre, Optik und Akustik, Elektrizität, 2 und 5, für Architekten, 4. — **Flamm**: Die Feinstruktur der Materie, 1. — **Reithoffer**: Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2; Übungen zu elektrischen Schwingungen und Wellen, 4; Wechselstromtechnik, 2; Elektrotechnik, Praktische Übungen I (mit Sahulka), 4. — **Stehr**: Dynamobau, 3. Konstruktionsübungen, 6. — **R. Moser**: Kommutatormotoren für Ein- und Mehrphasen-Wechselstrom, 2. — **N. N.**: Elektrotechnik: Praktische Übungen II, 4. — **Hochenegg**: Bau und Betrieb elektrischer Anlagen einschließlich Stromverteilung, 3, Übungen, 4. — **Jüllig**: Elektrische Telegraphie und Eisenbahn-Signalwesen, 2. — **Zelisko**: Die Fernsprechtechnik, 2; Die Telegraphentechnik, 1. —

Bamberger: Übungen im Laboratorium der allgemeinen Experimentalchemie, tägl.; Enzyklopädie der technischen Chemie, 3; Praktische Übungen in der Ausführung technischer Proben, 3. — **Suida**: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie I, 5; Chemische Technologie organischer Stoffe, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Vortmann**: Analytische Chemie, 4, Übungen, tägl. — **L. Moser**: Die technische Analyse anorganischer Stoffe, 2. — **Weißenberger**: Die Isotopie der Elemente, 2. — **v. Jüptner**: Theoretische und physikalische Chemie I, $1^1/_2$, II, 2, Übungen, 4; Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 5, Übungen, 20. — **Praetorius**: Thermodynamik mit Einschluß der neueren Forschungen, 1. — **Kossowicz**: Mykologie der Nahrungsmittelgewerbe, 1, Praktische Übungen, 2. — **Böck**: Chemie der synthetischen organischen Arzneimittel, 2; Chemie der Zellulose, 1. — **Paweck**: Technische Elektrochemie, 3. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie, 1; Photographisches Praktikum, 4. — **Abel**: Galvanische Elemente und Akkumulatoren, 2. — **Strache**: Beleuchtungsindustrie, 2; Übungen im Gasbeleuchtung, Brennstoffe und Feuerungsanlagen, 4. — **Klimont**: Chemische Technologie der Mineralöle, 1; Technische Chemie der Fette, 1. — **Erban**: Chemische Textilindustrie II, 1. — **Oettinger**: Die in der Industrie verwendeten textilen Fasern, 2. — **Ruß**: Wirtschaftliche Bedeutung der chemischen Industrie, 1. —

Zsigmondy: Mathematik I, 5, Korrepetitionen, 2. — **Rothe**: Mathematik I, 5; Mathematische Einführung in die analytische Mechanik, 2. — **Czuber**: Mathematik II, 4, Übungen, 1. — **Radon**: Elemente der höheren Mathematik, 4; Enzyklopädie der Mathematik, 3; Einführung in die Funktionentheorie: Analysis der komplexen Veränderlichen, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 3, II, 3. — **Förster**: Politische Arithmetik, 2. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik, 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 4, Konstruktionsübungen, 6, Seminar, 2; Zyklographie, 2, Konstruktionsübungen, 2. — **Schmid**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen 4, Konstruktionsübungen, 6; Projektive Geometrie II, 3, Konstruktionsübungen, 2. — **Danzer**: Geometrische Konstruktionen, 2. — **Wieghardt**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, 6, Übungen, $1^1/_2$. — **Jung**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, $7^1/_2$, Übungen, 2; Vektoranalysis, 2. — **Wolf**: Einführung in die theoretische Elastizitätslehre, 2. — **Leon**: Ausgewählte Kapitel der Festigkeitslehre und Materialprüfung; $1^1/_2$. — **Pollack**: Praktische Übungen zu den Elementen der niederen Geodäsie, 4. — **Dolezal**: Niedere Geodäsie, 4, für Geodäten, $5^1/_2$, Übungen I: Instrumental- und Vermessungsübungen, Feldübungen, 8; Ausgewählte Kapitel der niederen Geodäsie, $1^1/_2$; Geodätisches Seminar, 2, Übungen, 2. — **Dokulil**: Übungen zur niederen Geodäsie für Geodäten, Vorübungen im Freien, 10, Katastervermessung, 10, Größere Vermessung, 15 Tage; Geodätisches Zeichnen; Situationszeichnen, 4; Technik des Katasterwesens, 2, Übungen, $2^1/_2$; Technische Terrainlehre, 2. — **Schumann**: Sphärische Astronomie, 4; Übungen im Beobachten und Rechnen, $3^1/_2$. —

Universität Zürich.

Meyer: Experimentalphysik: Elektrizität und Optik, 5; Ausgewählte Kapitel der Physik, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger, $3^1/_2$, für Vorgerücktere, tägl. außer Sonnabend; Ausführung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2; Die physikalischen Grundlagen der Musik, mit Experimenten, 1. — **Greinacher**: Radiologie II: Die elektrischen Entladungen in Gasen, mit Experimenten, 1; Radiologisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Mediziner, 4. — **Ratnowsky**: Theoretische Physik I: Mechanik II: Mechanik deformierbarer Körper, 4, Übungen, 1; Grundlagen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Erkenntnis, 1. — **Wolfke**: Wärmestrahlung, mit Experimenten, 1. —

Werner: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisch-analytisches Praktikum für Chemiker, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum für Naturwissenschaftler, halbtägig. — **Abeljanz**: Quantitative chemische Analyse mit Berücksichtigung der elektrolytischen Methoden, 2; Nahrungsmittelchemie, 1; Anleitung zu chemischen Arbeiten im Laboratorium, 1; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner und Veterinäre sowie für Naturwissenschaftler, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Nahrungs- und Genußmitteln, 4. — **Dubsky**: Aromatische Chemie II: Spezielle Farbstoffe, 3; Heterozyklische Verbindungen, 1: Organische Arbeitsmethoden, 1; Naphtene, Terpene und Kampfer, 1. — **Lifschitz**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Allgemeine Elektrochemie, 2; Aktuelle Probleme der theoretisch-organischen Chemie, 1. — **Agthe**: Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der anorganischen Verbindungen, 2. —

Fueter: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4; Übungen zur analytischen Geometrie und zur Einführung in die höhere Mathematik, 1; Theorie der elliptischen Modulfunktionen, 4; Mathematisches Seminar (mit Speiser), 1. — **Speiser**: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1; Flächentheorie, 4. — **Bützberger**: Elemente der darstellenden Geometrie mit Übungen, 4. — **Bernays**: Grundlagen der Geometrie, 3. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Ausgewählte Methoden der Zeit- und Ortsbestimmung, 2; Grundzüge der geographischen Ortsbestimmung, mit Übungen, 2. —

Technische Hochschule Zürich.

Weiß: Physik II, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schweitzer), 4, 6 und 8; Wissenschaftliche Arbeiten in Physik, 8, 12, 24, tägl. — **Schweitzer**: Physik II, 3, Ergänzungen, 1, Repetitorium, 1; Experimentalphysik, 4, Repetitorium, 1; Thermodynamik, 2. — **Wolfke**: Wärmestrahlung, 1 *g*. — **Piccard**: Physikalische Präzisionsmessungen, 1 *g*. — **Brentano**: Optik, 2 *g*. — **Barbieri**: Photographie II, 1 *g*; Photogrammetrie, 1 *g*; Photographisches Praktikum, 2; Mikrophotographie, 1. — **Kuhlmann**: Theoretische Elektrotechnik I, 5, Übungen, 1, IIIa, 1, IIIb, 4; Elektrotechnisches Laboratorium IIa, 4 und 8. — **Tobler**: Schwachstromtechnik II, 2. — **Farny**: Elektrische Maschinen II: Gleichstrom, 3 *g*, Konstruktionsübungen, 9. — **Korda**: Drahtlose Telegraphie, 1; Kriegselektrotechnik, 1. — **Wyßling**: Elektrische Anlagen II, 3; Elektrische Bahnen, 3; Diplomarbeiten in elektrischen Anlagen (mit Farny und Kuhlmann). — **Wirz**: Technische elektrische Meßapparate II, 1; Meßtransformatoren, 1. —

Winterstein: Organische Chemie, 3, Repetitorium, 1;

Physiologische Chemie, 2; Anleitung zu dem agrikulturchemischen Praktikum, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, 8, für Vorgerücktere, tägl.; Physiologisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **F. P. Treadwell**: Analytische Chemie II, 2; Probierkunde mit Übungen, 2; Analytisches Praktikum, 20, 16 und 10; Chemisches Praktikum, 2 und 4; Analytisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Baur**: Physikalische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Technische Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 8; Elektrochemisches Praktikum, 4; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Bosshard**: Anorganische chemische Technologie II: Alkalien, Chlor, Phosphate, 3, Repetitorium, 1, III: Silikate 2, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Eder**: Pharmazeutische Chemie II, 2; Pharmakognosie II, 3; Toxikologie, 2; Ätherische Öle, 1; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum I, 12, II, mit praktischem Kurs in Harnanalyse, 12; Technische Mikroskopierübungen I: Fasern und Stärke, 3; Pharmakognostische und pharmazeutisch-chemische Arbeiten für Vorgerücktere, tägl.; Harnanalyse, 1. — **Fierz**: Organische Technologie III: Teerprodukte und Explosivstoffe, 2, IV: Künstliche organische Farbstoffe, 3, Repetitorium, 1, V: Technologie der Kohlehydrate und Gärung, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Mißlin**: Technisch wichtige Pflanzenfarbstoffe und Extrakte, 1 *g*. — **Ott**: Übungskurse für Gasingenieure, zirka 1 Woche. — **Ruzicka**: Methoden der organischen Chemie, 1. — **Staudinger**: Organische Chemie, 6, Repetitorium, 1, Spezieller Teil II, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24, 10 und tägl., für Vorgerücktere, tägl. — **W. D. Treadwell**: Theorie technischer Gasgleichgewichte, 1. — **Wiegner**: Fütterungslehre, 2; Agronomische Übungen (mit Schellenberg), 4; Bodenkunde, 3, Übungen, 2; Chemie der Futtermittel I, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Fütterungslehre, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, für Vorgerücktere, tägl. —

Hurwitz: Funktionentheorie, 4; Mathematisches Seminar (mit Weyl), 2. — **Affolter**: Theoretische Ballistik: a) äußere, 2, b) innere, 2. — **Amberg**: Mathematik der Personenversicherung, 2 *g*. — **Baeschlin**: Vermessungskunde I, 3, Übungen, 3, III, 4, Übungen II, 8; Große Vermessungsübung (in den Sommerferien), 3—4 Wochen; Konstruieren geodätischer Instrumente, 2; Diplomarbeit in Vermessungswesen, 6 Wochen. — **Beyel**: Perspektive, 2; Darstellende Geometrie, 2. — **Brandenberger**: Einführung in den mathematischen Unterricht II, 2 *g*. — **Franel**: Höhere Mathematik II, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2. — **Gonseth**: Algebraische Flächen, 2; Graphische Methoden, 1; Mathematische Instrumente, 1. — **Großmann**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Flächen 2. Grades, 2. — **Hirsch**: Höhere Mathematik II, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Mathematische Übungen, 2. — **Keller**: Repetitorium der darstellenden Geometrie: Axonometrie: Zentrische Kollineation, Kegel-, Rotations-, Regel- und Schraubenflächen, allgemeine Flächen 2. Grades, 2; Theorie der Projektivität mit Anwendung derselben auf die konstruktive Behandlung der Kurven 2. Grades, 1. — **Kienast**: Galoissche Theorie der Gleichungen, 2 *g*. — **Kollros**: Anwendungen der beschreibenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Geometrische Konstruktionen und Quadratur des Zirkels, 2. — **Kraft**: Geometrische Analysis, 3; Mechanik deformierbarer Systeme, 3; Grundkräfte der Welt, in Parallele zu dem Monismus von Haeckel, 1. — **Meißner**: Mechanik I, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Schwingungs- und Wellenbewegungen I, 2; Kolloquium, 1. — **Polya**: Einführung in die Analysis reeller Größen, 2 *g*; Zahlentheorie, 2 *g*. — **de Quervain**: Die wichtigsten geographischen Reiseinstrumente, mit Übungen, 2. — **Rudio**: Anwendungen der höheren Mathematik, 4. — **Strickler**: Wirtschaftliche Kalkulationen aus dem Gebiete der Maschinen- und Elektroindustrie, 2. — **Weyl**: Analytische Geometrie, 2, Übungen, 1; Flächentheorie, 4. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Ausgewählte Methoden der Zeit- und Ortsbestimmung, 2; Grundzüge der geographischen Ortsbestimmung mit Übungen für Grundbuchgeometer, 2. — **Zwicky**: Vermessungskunde, 5; Feldmessen, 8; Brücken- und Wasserbau, 3, Konstruktionsübungen, 3; Kulturtechnik II, 2, Konstruktionsübungen, 2.—

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Dozent am Karolinischen Medizinischen Institut in Stockholm Dr. med. John Aug. Sjökvist zum Professor der Chemie und Pharmazie an derselben Hochschule.

Gestorben: Der ord. Professor der Physik an der Universität Straßburg Dr. Ferdinand Braun (während eines Aufenthaltes in Amerika).

Angebote.

Physiker oder Physikerin

für unser physikalisches Laboratorium gesucht. Angebot mit Lebenslauf, Gehaltsansprüchen, womöglich Lichtbild an

Siemens & Halske A.-G., Glühlampenwerk, Charlottenburg, Helmholtzstraße 4—8.

Physiker

oder physikalisch gebildeter **Ingenieur** für Untersuchungen im Laboratorium (akustische und elektrische Schwingungsvorgänge) gesucht. Angebote mit Lebenslauf, Militärverhältnissen, Gehaltsansprüchen usw. erbeten an

Signal Gesellschaft m. b. H. Kiel
Werk Ravensberg.

Für die Schriftleitung verantwortlich Geh. Regierungsrat Prof. Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

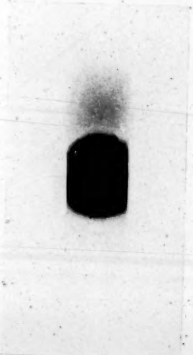


Fig. 2.

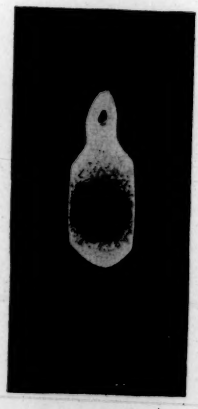


Fig. 3.